システム工学 I
第 2 回
信号とシステム

コメント欄から (1)

▷ 現代制御は実プラントなどに応用されているか?

野波ほか編, 制御の辞典, 浅倉書店, 2015 などに基づき事例を紹介する (網羅的ではない). 記号 ★ がついたものが現代制御, 記号 ♡ がついたものは現代制御より後発の手法である. なお, どの対象でも古典制御は使われているのが普通であるため記述を略した.

コメント欄から (2)

- 製鉄: 最適レギュレータ (★), 外乱オブザーバ (★), H_∞ 制御 ($\heartsuit$)
- 化学プロセス: モデル予測制御 ($\heartsuit$), 微分代数系の制御 ($\heartsuit$)
- 工作機械: 外乱オブザーバ (★), 学習制御 ($\heartsuit$)

コメント欄から (3)

- 自動車: オブザーバ (★), H_∞ 制御 (♡), スライディングモード制御 (♡), モデル予測制御 (♡)
- 重機械: オブザーバ (★), H_∞ 制御 (♡), ファジイ制御 (♡), モデル予測制御 (♡)

コメント欄から (4)

- ロボット: 最適レギュレータ (★), オブザーバ (★), H_∞ 制御 (♡), 非線形制御 (♡)
- 航空宇宙：最適レギュレータ (★), オブザーバ (★), H_∞ 制御 (♡), ゲインスケジューリング, 非線形制御 (♡) など

信号とは何か

- 物理系の状態に関する情報を伝達する量．特に, 時間を独立変数とした物理量の値の変化を示す波形が信号として扱われることが多い (物理学辞典 改訂版).
- コミュニケーションにおいて, いろいろな量や系の状態に情報としての意味を持たせたもの (ブリタニカ国際百科事典).

信号の分類 (1)

- 時間軸 ⋯ 連続時間信号と離散時間信号
- 値 ⋯ 連続値信号と離散値信号
- 周期性 ⋯ 周期信号と非周期信号
- 予測可能性 ⋯ 予測可能であれば 確定 (的) 信号 (**deterministic signal**), 予測不能であれば 不規則信号 (**stochastic signal**)

信号の分類 (2)

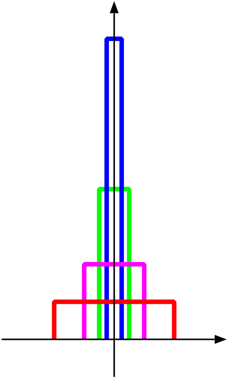
- エネルギー信号とパワー信号 (連続時間) : 独立変数を t とし，信号を $x(t)$ であらわしたとき，$\int_{-\infty}^{\infty} \|x(t)\|^2 dt < \infty$ ならエネルギー信号，$\lim_{T\to\infty}(1/2T)\int_{-T}^{T} \|x(t)\|^2 dt < \infty$ ならパワー信号．エネルギー信号でもパワー信号でもない信号もあり得る．離散時間では積分が和に置き換えられる．

信号の分類 (3)

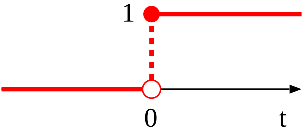
- この講義の対象となるのは, おもに連続時間連続値信号.
- 確定信号か否か, 周期信号か否か, エネルギー信号/パワー信号か否かについては, 指定しない.

信号の分類 (4)

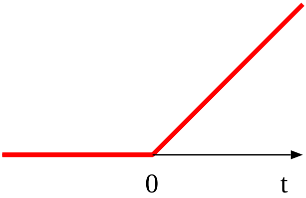
- よく使われる確定信号 (に対応する関数)
  - ▷ 単位インパルス関数, Dirac の δ 関数
  - ▷ 単位ステップ関数
  - ▷ ランプ関数
  - ▷ 三角関数
  - ▷ 指数関数



単位インパルスのイメージ図。関数とx軸が囲む領域の面積を 1 に保ったままグラフをどんどん細くしてゆく。



ステップ



ランプ

信号の分類 (7)

- よく使われる不規則信号
  - 白色雑音: パワースペクトルが周波数によらず一定となる不規則信号
  - 有色雑音: パワースペクトルが周波数に依存する不規則信号

パワースペクトルについては Fourier 変換を復習してから述べる

信号の分類 (8)

- 不規則信号の中では, 定常 (その統計的性質が時間に依存しない) で, エルゴード性 (時間平均が標本によらず, かつ時間平均と集合平均が一致するという性質) を持つ信号が重要. この講義では定常性とエルゴード性を仮定する.

信号のノルム (1)

- 信号は独立変数 (時間) の関数だから, そのノルムは関数空間におけるノルムによって定義される.
- まずスカラー値信号 $x(t)$ のノルムを定義し, 次にベクトル値信号 $\boldsymbol{x}(t) = (x_1(t), \ldots, x_n(t))^T$ のノルムを定義する.

信号のノルム (2)

スカラーの場合:

- p-ノルム: $\|x(t)\|_p = \left(\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}}$
  (L_p ノルムともいう; 応用上は $p = 1$ および $p = 2$ の場合が重要)
- 無限大ノルム: $\|x(t)\|_\infty = \sup_{t \in (-\infty, \infty)} |x(t)|$

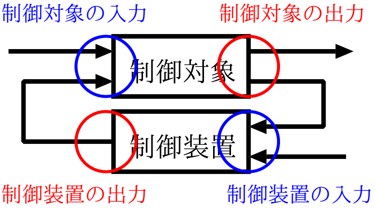
信号のノルム (3)

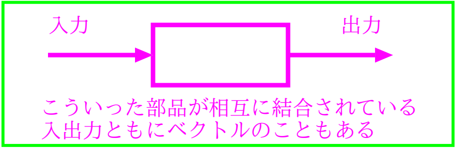
ベクトルの場合:

- p-ノルム: $\|\boldsymbol{x}(t)\|_p = \left(\int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i=1}^{n} |x_i(t)|^p dt \right)^{\frac{1}{p}}$
- 無限大ノルム: $\|\boldsymbol{x}(t)\|_\infty = \max_{1 \le i \le n} \sup_{t \in (-\infty, \infty)} |x_i(t)|$

システム再論 (1)

- 制御システムとは, 特定の入力が与えられたとき, 望ましい性能の出力が得られるように, サブシステムやプラントを組み合わせたものであった.
- 制御システムは, 入力を出力に変換する機能単位を組み合わせたものと見ることができる.


制御対象の入力
制御対象の出力
制御対象
制御装置
制御装置の出力
制御装置の入力


入力
出力
こういった部品が相互に結合されている
入出力ともにベクトルのこともある

システム再論 (3)

- システムは, 入力 (時間の関数) を出力 (時間の関数) に変換する作用素のことであると考えることもできる.

システム再論 (4)

- その出力が現在および過去の入力から決まり，未来の入力の影響を受けることはないシステムを，**因果的な**システムと呼ぶ．
- システム制御であらわれるシステムはほぼ全て因果的である．画像処理などでは因果的でないシステムがあらわれることもある．

システム再論 (5)

- 1 入力 1 出力の線形時不変システム $\mathcal{G}$ を考える. $\mathcal{G}$ に単位インパルス $\delta(t)$ を入力したときの応答波形を $g(t)$ とする.

- $\mathcal{G}$ に $u(t)$ を入力したときの応答がどうなるかを考える. 単位インパルスは Dirac のデルタ関数であることに注意する.

システム再論 (6)

- $u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)\delta(t-\tau)d\tau$ だから $\cdots$
- $u(t)$ に対する $\mathcal{G}$ の応答は,
  $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\tau)g(t-\tau)d\tau$ と書ける． これを畳み込み積分という.

Fourier 変換 (1)

- まずFourier級数展開について復習する. Fourier級数には正弦関数および余弦関数による表現と複素指数関数による表現があるが, ここでは後者を考える.
- 周期 T で有界かつ連続な波形 $f(t)$ を Fourier 級数展開したい.

Fourier 変換 (2)

- $\nu_k = k/T$ とする (ν_k は周波数に対応).
- $f(t) \stackrel{?}{=} \displaystyle\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j2\pi\nu_k t}$, $c_k = \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-j2\pi\nu_k t} dt$ と書ける．これが周期信号の Fourier 級数展開であった.

Fourier 変換 (3)

- $\omega_k = 2\pi\nu_k$ とする (ω_k は角周波数に対応).
- $f(t) \stackrel{?}{=} \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{j\omega_k t}$, $c_k = \dfrac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-j\omega_k t} dt$
  となる. こちらの表現もよく使われる.

Fourier 変換 (4)

- 上記では積分の区間を $[-T/2, T/2]$ としたが, この区間は, 関数の周期に一致してさえいれば, どのように取ってもよい.
- 2π をどこにつけるかによって, Fourier 級数の書き方にはバリエーションがある.

Fourier 変換 (5)

- 次に, 周期的ではない信号 $f(t)$ を考える.
- Fourier 級数展開の式に c_k を代入すると $\cdots$

$$f(t) \stackrel{?}{=} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-j2\pi\nu_k t} dt \right) e^{j2\pi\nu_k t}$$

Fourier 変換 (6)

- ν_k を ν, $\frac{1}{T}$ を $d\nu$ とおいて Fourier 級数展開の式を書き直すと $\cdots$

$$f(t) \stackrel{?}{=} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-j2\pi\nu t} dt \right) e^{j2\pi\nu t} d\nu$$

- 和を積分で置き換えて $T \to \infty$ とすると $\cdots$

$$f(t) \stackrel{?}{=} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j2\pi\nu t} dt \right) e^{j2\pi\nu t} d\nu$$

Fourier 変換 (7)

- ν は周波数に対応することに注意.
- $\mathcal{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j2\pi\nu t}dt$ を $f(t)$ の **Fourier 変換**という.
- $\mathcal{F}^{-1}[g(\nu)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(\nu)e^{j2\pi\nu t}d\nu$ を $g(\nu)$ の **Fourier 逆変換**という.

Fourier 変換 (8)

- $\omega = 2\pi\nu$(角周波数) として書き直す.
- $f(t)$ の **Fourier 変換**は:
$$\mathcal{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$$
- $g(\omega)$ の **Fourier 逆変換**は:
$$\mathcal{F}^{-1}[g(\omega)] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} g(\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

Fourier 変換 (9)

- 歴史的な経緯から, 確率論の分野では, $\mathcal{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{j2\pi\nu t}dt$ を $f(t)$ の Fourier 変換とし, $\mathcal{F}^{-1}[g(\nu)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(\nu)e^{-j2\pi\nu t}d\nu$ を $g(\nu)$ の Fourier 逆変換とする.

Fourier 変換 (10)

- 区分的に連続な周期関数 $f(t)$ を Fourier 級数展開したものは, $f(t)$ の不連続点以外ではもとの関数に一致する.
- 条件が良い関数 $f(t)$ を Fourier 変換してから逆変換すると, もとに戻る.

Fourier 変換 (11)

- たとえば, $f(t)$ とその Fourier 変換がともに連続かつ絶対可積分であれば, 関数 $f(t)$ を Fourier 変換してから逆変換すると, もとに戻る.
- 「どういう条件のもとで」「どういった意味で」もとに戻るかに関する議論は複雑.

Laplace 変換 (1)

- Fourier 変換には, 絶対可積分(その絶対値を積分したものが有限となる関数)な関数 以外には適用できないという弱点がある. これを解消したのが **Laplace 変換**.

- よく使われるのは片側 **Laplace 変換**と呼ばれるもの. これを単に Laplace 変換と呼ぶことも多い (が, 他の Laplace 変換もある).

Laplace 変換 (2)

- 片側 Laplace 変換 (以下では単に Laplace 変換と呼ぶ) は, おもに時刻零で初期化された因果的なシステムを対象とする.

- Laplace 変換で取り扱う関数 $f(t)$ は, 負の時刻では恒等的に零になるものとする:

$$f(t) \equiv 0 \quad (t < 0).$$

Laplace 変換 (3)

- 定義によって $\mathcal{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$ であるが, $t < 0$ で $f(t) \equiv 0$ であれば, $t < 0$ での積分は不要で, $\mathcal{F}[f(t)] = \int_{0}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t}dt$
- 積分変換を絶対可積分でない関数が取り扱えるように拡張したい.

Laplace 変換 (4)

- $\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^\infty f(t)e^{-\sigma t}e^{-j\omega t}dt$ とすれば, 指数関数で上から押さえられる関数については, 変換が定義できるようになる. これを **(片側)Laplace 変換**と呼ぶ.

Laplace 変換 (5)

- $s = \sigma + j\omega$ とおき, $\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$ と書くことが普通.
- $\mathcal{L}[f(t)] = \int_{-\infty}^\infty f(t)e^{-st}dt$ を**両側 Laplace 変換**と呼ぶ.

Laplace 変換 (6)

- Laplace 変換は色々な関数に対して適用できるが, 重要性が高いのは線形時不変微分方程式の解法への応用である.

- 線形時不変微分方程式と Laplace 変換の相性が良のは, 線形時不変微分方程式の解が指数関数, 三角関数と多項式で表現できるから.

Laplace 変換 (7)

- この説明には行列の指数関数と Jordan 標準形が必要になる (第 8 回) が, ここで簡単に結果のみ紹介しておく.

- $\boldsymbol{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ とし, 次の微分方程式を考える.

$$\frac{d}{dt}\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t), \quad \boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0$$

Laplace 変換 (8)

- $\exp[\boldsymbol{A}t] = \displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\boldsymbol{A}^k t^k}{k!}$ と定義する (行列の指数関数). 項別微分を許すことにすると, 定義から, $\dfrac{d}{dt}\exp[\boldsymbol{A}t] = \boldsymbol{A}\exp[\boldsymbol{A}t]$ である.

Laplace 変換 (9)

- 行列 $\boldsymbol{A}$ が対角化可能のときには,

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{T}^{-1} \begin{pmatrix} d_1 & & \boldsymbol{0} \\ & \ddots & \\ \boldsymbol{0} & & d_n \end{pmatrix} \boldsymbol{T} \text{ とすると}$$

$$\exp[\boldsymbol{A}t] = \boldsymbol{T}^{-1} \begin{pmatrix} e^{d_1 t} & & \boldsymbol{0} \\ & \ddots & \\ \boldsymbol{0} & & e^{d_n t} \end{pmatrix} \boldsymbol{T}$$

Laplace 変換 (10)

- 行列 $\boldsymbol{A}$ が対角化可能でない場合には, $(\lambda_1, \ldots, \lambda_l)$ を $\boldsymbol{A}$ の固有値, $\boldsymbol{N}_{n_k} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{I}_{n_k-1} \\ 0 & \mathbf{0} \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{J}_k = \lambda_k \boldsymbol{I}_{n_k} + \boldsymbol{N}_{n_k}$ とすると,

$$\boldsymbol{T}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{T} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{J}_1 & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \boldsymbol{J}_l \end{pmatrix}$$

のようにできる.

Laplace 変換 (11)

- これを Jordan 標準形という.
- λ_k だけでなく, n_k も行列 $\boldsymbol{A}$ から定まる.
- $$\exp[\boldsymbol{A}t] = \boldsymbol{T}^{-1} \begin{pmatrix} \exp[\boldsymbol{J}_1 t] & & \boldsymbol{0} \\ & \ddots & \\ \boldsymbol{0} & & \exp[\boldsymbol{J}_l t] \end{pmatrix} \boldsymbol{T}$$
  となるが, $\exp[\boldsymbol{J}_k t]$ は次のように書ける.

Laplace 変換 (12)

$$\exp[\boldsymbol{J_k}t] = \begin{pmatrix} e^{\lambda_k t} & te^{\lambda_k t} & \cdots & \cdots & \frac{t^{n_k-1}}{(n_k-1)!}e^{\lambda_k t} \\ 0 & e^{\lambda_k t} & te^{\lambda_k t} & \cdots & \frac{t^{n_k-2}}{(n_k-2)!}e^{\lambda_k t} \\ & & \ddots & \ddots & \vdots \\ & & & \ddots & te^{\lambda_k t} \\ & & & & e^{\lambda_k t} \end{pmatrix}$$

Laplace 変換 (13)

- 行列の固有値 λ_k は一般に複素数．$\mathrm{Re}\,\lambda_k = \alpha_k$, $\mathrm{Im}\,\lambda_k = \beta_k$ とすると, $e^{\lambda_k t} = e^{\alpha_k t} e^{\beta_k t} = e^{\alpha_k t}(\cos\beta_k t + j\sin\beta_k t)$ だから (j を虚数単位とし, Euler の公式を使う) $\cdots$

- 線形時不変微分方程式の解は指数関数, 三角関数と多項式で完全に表現できる．

Laplace 変換 (14)

- 以下では, s は複素数で, その実部は十分大きい正数とする.

- $\int_0^\infty e^{\lambda t} e^{-st} dt = \int_0^\infty e^{(\lambda - s)t} dt = \frac{1}{\lambda - s} e^{(\lambda - s)t} \Big|_0^\infty$, s の実部を λ の実部より大きく取れば $e^{(\lambda - s)t} \to 0 (t \to \infty)$. よって, $\mathcal{L}[e^{\lambda t}] = \frac{1}{s - \lambda}$.

Laplace 変換 (15)

- step(t) を単位ステップ関数とし, これを Laplace 変換する. $\int_0^\infty \mathrm{step}(t)e^{-st}dt = \int_0^\infty e^{-st}dt = \frac{1}{-s}e^{-st}\Big|_0^\infty = \frac{1}{s}$.
- t の Laplace 変換は次の通り: 部分積分により $\int_0^\infty te^{-st}dt = \frac{t}{-s}e^{-st}\Big|_0^\infty + \frac{1}{s}\int_0^\infty e^{-st}dt = \frac{1}{-s^2}e^{-st}\Big|_0^\infty = \frac{1}{s^2}$.

Laplace 変換 (16)

- $\mathcal{L}\left[\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}\right] = \frac{1}{s^n}$ となることが帰納法によって示せる.
- $\mathcal{L}\left[\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{\lambda t}\right] = \frac{1}{(s-\lambda)^n}$ となることが部分積分および帰納法により示せる.
- Laplace 変換された世界では, 線形時不変微分方程式の解は $\frac{1}{s^k}$ と $\frac{1}{(s-\lambda)^l}$ の組み合わせ

Laplace 変換 (17)

- 次に, $\frac{d\boldsymbol{x}}{dt}$ を Laplace 変換する. ただし $\|\boldsymbol{x}(t)\| \le Ke^{\sigma t}$ となっているものと仮定し, s の実部を σ より大きく取る.

- $\int_0^\infty \frac{d\boldsymbol{x}}{dt} e^{-st} dt = \boldsymbol{x}(t)e^{-st}\big|_0^\infty + s\int_0^\infty \boldsymbol{x}(t)e^{-st}dt$ だから, $\mathcal{L}[\frac{d\boldsymbol{x}}{dt}] = s\mathcal{L}[\boldsymbol{x}] - \boldsymbol{x}(0)$.

Laplace 変換 (18)

- $\mathcal{L}[\boldsymbol{x}(t)] = \boldsymbol{X}(s)$ とし, $\frac{d}{dt}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{x}(0) = \boldsymbol{x}_0$ を解く.

- 両辺を Laplace 変換して, Laplace 変換は定数行列を変えないことに注意すれば, $s\boldsymbol{X}(s) - \boldsymbol{x}_0 = \boldsymbol{A}\boldsymbol{X}$ となる.

Laplace 変換 (19)

- したがって, 線形時不変微分方程式は, $\boldsymbol{X}(s) = (s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{x}_0$ のように, 機械的に解ける.
- これをもとの関数に戻す (逆変換する) には, $e^{\lambda t}$ と $1/(s-\lambda)$, t と $1/s^2$ などの対応関係を思い出せばよい.

Laplace 変換 (20)

次に, 畳み込み積分の Laplace 変換を考える. 積分の順番を入れ換えが可能と仮定すれば.

$$
\begin{aligned}
&\int_0^\infty \left(\int_0^\infty f(t-u)g(u)du \right) e^{-st}dt \\
&= \int_0^\infty \left(\int_0^\infty f(t-u)g(u)du \right) e^{-s(t-u)-su}dt \\
&= \left(\int_0^\infty f(t-u)e^{-s(t-u)}dt \right) \left(\int_0^\infty g(u)e^{-su}du \right)
\end{aligned}
$$

Laplace 変換 (21)

- したがって, 関数 $f_1(t)$ と $f_2(t)$ の畳み込み積分を $f_1 * f_2$ とすると, $\mathcal{L}[f_1 * f_2] = \mathcal{L}[f_1]\mathcal{L}[f_2]$ である.
- 積分の順番の入れ換えが可能であるためには条件が必要なので注意.

Laplace 変換 (22)

- 入力がある微分方程式 $\frac{d}{dt}\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t)$ を考える．初期値を $\boldsymbol{x}_0$ とする．$\mathcal{L}[\boldsymbol{x}(t)] = \boldsymbol{X}(s)$, $\mathcal{L}[\boldsymbol{u}(t)] = \boldsymbol{U}(s)$ とすると，$\boldsymbol{X}(s) = (s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{x}_0 + (s\boldsymbol{I} - \boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{U}(s)$．よって，入力がある微分方程式も機械的に解ける．

線形代数の復習 (2-1)

- 行列をブロックに分割することがある.
- 最も単純なブロックへの分割は, 行列を行ベクトルが縦にならんだもの, あるいは列ベクトルが横に並んだものへと分割することであるが, より複雑な分割もあり得る.
- 行列の加減算や積は (型が適合していれば) ブロックごとにおこなうこともできる.

線形代数の復習 (2-2)

- たとえば, $\boldsymbol{A}_{ij}$, $\boldsymbol{B}_{jk}$ をそれぞれ 2 行 2 列の行列としたとき $(1 \le i \le 2$, $(1 \le j \le 3$, $1 \le k \le 2$,

$$
\begin{pmatrix} \boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12} & \boldsymbol{A}_{13} \\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22} & \boldsymbol{A}_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{B}_{11} & \boldsymbol{B}_{12} \\ \boldsymbol{B}_{21} & \boldsymbol{B}_{22} \\ \boldsymbol{B}_{31} & \boldsymbol{B}_{32} \end{pmatrix}
$$

$$
= \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^{3} \boldsymbol{A}_{1j}\boldsymbol{B}_{j1} & \sum_{j=1}^{3} \boldsymbol{A}_{1j}\boldsymbol{B}_{j2} \\ \sum_{j=1}^{3} \boldsymbol{A}_{2j}\boldsymbol{B}_{j1} & \sum_{j=1}^{3} \boldsymbol{A}_{2j}\boldsymbol{B}_{j2} \end{pmatrix}
$$

線形代数の復習 (2-3)

基本行列 I とは, 次の形の正方行列 ($k \neq 0$). これを行列に左から掛けると第 i 行を k 倍に, 右から掛けると第 i 列を k 倍にすることができる.

$$\begin{array}{cc} & \begin{matrix} & & i & & \end{matrix} \\ i) & \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & k & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

線形代数の復習 (2-4)

基本行列 II とは, 次の形の正方行列. これを行列に左から掛けると第 i 行と第 j 行を入れ換え, 右から掛けると第 i 列と第 j 列を入れ換えることができる.

$$
\begin{array}{rc}
 & \begin{array}{ccccccc} & & \underbrace{i} & & \underbrace{j} & & \end{array} \\
\begin{array}{r} \\ \\ i) \\ \\ j) \\ \\ \\ \end{array} & \begin{pmatrix}
1 & & & & & & \\
 & \ddots & & & & & \\
 & & 0 & & 1 & & \\
 & & & \ddots & & & \\
 & & 1 & & 0 & & \\
 & & & & & \ddots & \\
 & & & & & & 1
\end{pmatrix}
\end{array}
$$

線形代数の復習 (2-5)

基本行列 III とは, 次の形の正方行列あるいはその転置. これを行列に左から掛けると第 j 行に第 i 行の k 倍を加え, 右から掛けると第 i 列に第 j 列の k 倍を加えることができる.

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{ccccccc} & & i & & j & & \end{array} \\
\begin{array}{c} \\ \\ i) \\ \\ j) \\ \\ \\ \end{array} &
\begin{pmatrix}
1 & & & & & & \\
 & \ddots & & & & & \\
 & & 1 & & & & \\
 & & & \ddots & & & \\
 & & k & & 1 & & \\
 & & & & & \ddots & \\
 & & & & & & 1
\end{pmatrix}
\end{array}
$$

(参考文献)

- 野波他編, 制御の辞典, 朝倉書店, 2015.
- 宮崎, システム制御 I, オーム社, 2003.
- 杉山, Laplace 変換入門, 実教出版, 1977.
- L. F. Chaparro, Signals and Systems using MATLAB, 2/e, Elsevier, 2011.
- M. Mandal and A. Asif, Continuous and Discrete Time Signals and Systems, Cambridge University Press, 2007.
- 笠原, 常微分方程式の基礎, 朝倉書店, 1982.
- K. B. Howell, Principles of Fourier Analysis, Chapman & Hall, 2001.
- W. R. LePage, Complex Variables and Laplace Transform for Engineers, Dover, 1980.