

電 210 電気数学 IV

第 11 回 複素積分 (3)

演習 11-1 解答

$$\int_C f(z) dz = \int_0^{2\pi} \frac{1}{re^{it}} ire^{it} dt = \int_0^{2\pi} i dt.$$

$\int_C \frac{1}{z-\alpha} dz = 2\pi i$ となる (計算結果が r に依存しないことに注意).

演習 11-2 解答

$$f(z) = \frac{1/2}{z-1} - \frac{1/2}{z+1}, \int_{C_1} \frac{1}{z-1} dz = 2\pi i,$$

$$\int_{C_1} \frac{1}{z+1} dz = 0, \int_{C_2} \frac{1}{z-1} dz = 0,$$

$$\int_{C_2} \frac{1}{z+1} dz = 2\pi i \text{ であるから, これらをまとめる}$$

と, $\int_C f(z) dz = 0$ となる.

演習 11-3 解答

$2\pi i = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{2\pi i}{\zeta-z} d\zeta$ となる. これは演習 11-1 の結果と一致する (右辺の分母と分子の $2\pi i$ をキャンセルすればよい).

演習 11-4 解答

$$k \geq 2 \text{ なら } f^{(k-1)}(z) = 0, \quad 0 = \frac{(k-1)!}{2\pi i} \int_C \frac{1}{\zeta^k} d\zeta,$$

$$\int_C \frac{1}{\zeta^k} d\zeta = 0.$$

積分に使うダミー変数には, ζ, z などが使われる. z はダミー変数でないこともあり, 混乱しやすいので注意せよ.