

# 工共 212 工業数学 IV

## 第 11 回

### 複素積分 (3)

#### 演習 11-3 解答

$2\pi i = \frac{1}{2\pi i} \int_C \frac{2\pi i}{\zeta - z} d\zeta$  となる. これは演習 11-1 の結果と一致する (右辺の分母と分子の  $2\pi i$  をキャンセルすればよい).

#### 演習 11-1 解答

$$\int_C f(z) dz = \int_0^{2\pi} \frac{1}{re^{it}} ire^{it} dt = \int_0^{2\pi} i dt.$$

$\int_C \frac{1}{z - \alpha} dz = 2\pi i$  となる (計算結果が  $r$  に依存しないことに注意).

#### 演習 11-4 解答

$$k \geq 2 \text{ なら } f^{(k-1)}(z) = 0, \quad 0 = \frac{(k-1)!}{2\pi i} \int_C \frac{1}{\zeta^k} d\zeta,$$

$$\int_C \frac{1}{\zeta^k} d\zeta = 0.$$

積分に使うダミー変数には,  $\zeta, z$  などが使われる.  $z$  はダミー変数でないこともあり, 混乱しやすいので注意せよ.

#### 演習 11-2 解答

$$f(z) = \frac{1/2}{z-1} - \frac{1/2}{z+1}, \quad \int_{C_1} \frac{1}{z-1} dz = 2\pi i,$$

$$\int_{C_1} \frac{1}{z+1} dz = 0, \quad \int_{C_2} \frac{1}{z-1} dz = 0,$$

$\int_{C_2} \frac{1}{z+1} dz = 2\pi i$  であるから, これらをまとめると,  $\int_C f(z) dz = 0$  となる.