電 210 電気数学 IV
第 8 回
演習

演習 8-1 解答

$$i\times i=(0,1)\times(0,1)=(\boxed{0}\boxed{0}-\boxed{1}\boxed{1},\boxed{0}\boxed{1}+\boxed{0}\boxed{1})$$
$$=(\boxed{-1},\boxed{0})$$

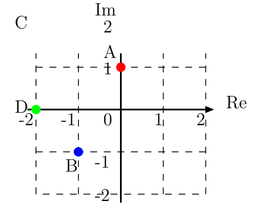
演習 8-2 解答

$\alpha=4+9i$ $\quad \mathrm{Re}\,\alpha=\boxed{4},$ $\quad \mathrm{Im}\,\alpha=\boxed{9}$

$\alpha=1.3$ $\quad \mathrm{Re}\,\alpha=\boxed{1.3},$ $\quad \mathrm{Im}\,\alpha=\boxed{0}$

$\alpha=\pi i$ $\quad \mathrm{Re}\,\alpha=\boxed{0},$ $\quad \mathrm{Im}\,\alpha=\boxed{\pi}$

演習 8-3 解答



演習 8-4 解答

1. $(-1+i)+(1-i)=\boxed{0}+\boxed{0}i \qquad (=-1-i)$
2. $(2-i)-(3-4i)=\boxed{-1}+\boxed{3}i$
3. $(1+i)(1+i)=\boxed{0}+\boxed{2}i$
4. $\dfrac{1}{1-i}=\dfrac{1+i}{(1-i)(1+i)}=\boxed{\dfrac{1}{2}}+\boxed{\dfrac{1}{2}}i$

演習 8-5 解答

- $-i$ の共役複素数は $\boxed{0}+\boxed{1}i$
- 1 の共役複素数は $\boxed{1}+\boxed{0}i$
- $\pi+\sqrt{2}i$ の共役複素数は $\boxed{\pi}+\boxed{-\sqrt{2}}i$

演習 8-6 解答

$w_0=\boxed{2}e^{i\boxed{(\pi/6)}}$ $\qquad w_1=\boxed{2}e^{i\boxed{(\pi/6+\pi/3)}}$

$w_2=\boxed{2}e^{i\boxed{(\pi/6+2\pi/3)}}$ $\qquad w_3=\boxed{2}e^{i\boxed{(\pi/6+\pi)}}$

$w_4=\boxed{2}e^{i\boxed{(\pi/6+4\pi/3)}}$ $\qquad w_5=\boxed{2}e^{i\boxed{(\pi/6+5\pi/3)}}$

演習 8-7 解答

$$\lim_{z\to 0}\frac{4z-i}{iz+2}=\boxed{-i/2} \qquad \lim_{z\to 2i}\frac{3i-z}{3i}=\boxed{1/3}$$

演習 8-8 解答

$$(z^5)'=\boxed{5z^4}, \quad \left(\frac{z-\pi i}{z}\right)'=\frac{\boxed{\pi i}}{\boxed{z^2}},$$
$$(z^{-1})'=\boxed{-z^{-2}}$$

演習 8-9 解答

$z=x+iy$ とし, $f(z)=\bar{z}$ を $f(z)=u(x,y)+iv(x,y)$ の形に書き直すと $u(x,y)=\boxed{x}$, $v(x,y)=\boxed{-y}$ である. $\frac{\partial u}{\partial x}=\boxed{1}$, $\frac{\partial u}{\partial y}=\boxed{0}$, $\frac{\partial v}{\partial x}=\boxed{0}$, $\frac{\partial v}{\partial y}=\boxed{-1}$ であるから, $\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial y}$ と $\boxed{\text{ならず}}$, $\frac{\partial v}{\partial x}=-\frac{\partial u}{\partial y}$ と $\boxed{\text{なる}}$. したがって, $f(z)$ は正則で $\boxed{\text{ない}}$.

演習 8-10 解答 (1)

$u(x,y)=\boxed{x^2-y^2}$, $v(x,y)=\boxed{2xy}$, $\dfrac{\partial u}{\partial x}=\boxed{2x}$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}=\boxed{-2y}$, $\dfrac{\partial v}{\partial x}=\boxed{2y}$, $\dfrac{\partial v}{\partial y}=\boxed{2x}$ となる.

演習 8-10 解答 (2)

$$f'(z)=\frac{\partial u}{\partial x}+i\frac{\partial v}{\partial x}=\boxed{2x}+i\boxed{2y}$$
$$f'(z)=\frac{1}{i}\left(\frac{\partial u}{\partial y}+i\frac{\partial v}{\partial y}\right)=\frac{1}{i}\left(\boxed{-2y}+i\boxed{2x}\right)$$
$$=\boxed{2x}+i\boxed{2y}$$

演習 8-11 解答 (1)

$c_0=\boxed{1}$, $c_1=\boxed{1}$, $\ldots$, $c_n=\boxed{1}$, $c_{n+1}=\boxed{1}$,

$\dfrac{c_n}{c_{n+1}}=\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{1}}=\boxed{1}$, $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{c_n}{c_{n+1}}=\boxed{1}$, $r=\boxed{1}$.

$(1-z)f(z)=\boxed{1}$, $f(z)=\dfrac{\boxed{1}}{\boxed{1-z}}$.

演習 8-11 解答 (2)

$c_0=\boxed{1/0!}$, $c_1=\boxed{1/1!}$, $\ldots$,

$c_n=\boxed{1/n!}$, $c_{n+1}=\boxed{1/(n+1)!}$,

$\dfrac{c_n}{c_{n+1}}=\dfrac{\boxed{(n+1)!}}{\boxed{n!}}=\boxed{n+1}$,

$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{c_n}{c_{n+1}}=\boxed{\infty}$, $r=\boxed{\infty}$.