工業数学 IV 第 3 回
複素数に関する
様々な演算

前回の復習 (1)

- 複素数 $z = x + iy$ の絶対値を r, 偏角を θ とすると
  - ▷ $r = \sqrt{x^2 + y^2}$,
  - ▷ $x \neq 0$ なら $\tan\theta = \dfrac{y}{x}$
  - ▷ $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ (極形式)

前回の復習 (2)

- z の絶対値を $|z|$, 偏角を $\arg z$ という記号で表す
- 偏角 $\arg z$ には 2π の整数倍の不定性がある
- 偏角の不定の部分を調整して角度が $(-\pi, \pi]$ に収まるようにしたものを偏角の主値といい, $\operatorname{Arg} z$ と書く (大文字と小文字の違い)

前回の復習 (3)

- $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$ (オイラーの公式)
- 三角関数の加法定理:
  - ▷ $\cos(\theta + \varphi) = \cos\theta\cos\varphi - \sin\theta\sin\varphi$
  - ▷ $\sin(\theta + \varphi) = \sin\theta\cos\varphi + \cos\theta\sin\varphi$

$1/z$ の極形式

$z = re^{i\theta} = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ に対し,

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{r}e^{-i\theta} = \frac{1}{r}(\cos\theta - i\sin\theta)$$

となる.

理由 $\quad (re^{i\theta}) \times \left(\frac{1}{r}e^{-i\theta}\right)$

$$= \left(r \times \frac{1}{r}\right) e^{i(\theta+(-\theta))} = 1$$

$$z = re^{i\theta}$$ に対し

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{r}e^{-i\theta}$$

偏角と絶対値の性質 (1) (p.24)

定理 1.3 (1) $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, $w = \rho(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ に対し, 以下が成立する:

$$\begin{aligned}
|zw| &= |z||w|, & \arg(zw) &= \arg z + \arg w, \\
\left|\frac{z}{w}\right| &= \frac{|z|}{|w|}, & \arg\left(\frac{z}{w}\right) &= \arg z - \arg w
\end{aligned}$$

偏角と絶対値の性質 (2) (p.24)

定理 1.3 (2) $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, $w = \rho(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ に対し, 以下が成立する:

$$
\begin{aligned}
&(r(\cos\theta + i\sin\theta))\,(\rho(\cos\varphi + i\sin\varphi)) \\
&\quad = r\rho\,(\cos(\theta+\varphi) + i\sin(\theta+\varphi))
\end{aligned}
$$

$||z| - |w|| \leq |z+w| \leq |z| + |w|$(三角不等式)

ロー

$$\rho$$

ギリシア文字

偏角と絶対値の性質 (3) (p.24)

定理 1.3 の説明 (1)

- まず次のことに注意する: $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, $w = \rho(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ だから

$$r = |z|, \quad \theta = \arg z, \quad \rho = |w|, \quad \varphi = \arg w$$

- $z = re^{i\theta}$, $w = \rho e^{i\varphi}$ と書き直す

偏角と絶対値の性質 (4) (p.24)

定理 1.3 の説明 (2)

- $zw = (re^{i\theta}) \times (\rho e^{i\varphi}) = r\rho e^{i(\theta+\varphi)}$ だから
  - ▷ $|zw| = r\rho = |z||w|$
  - ▷ $\arg(zw) = \theta + \varphi = \arg z + \arg w$

偏角と絶対値の性質 (5) (p.24)

定理 1.3 の説明 (3)

- $\frac{1}{w} = \frac{1}{\rho} e^{-i\varphi}$ だから
  $\frac{z}{w} = \left(re^{i\theta}\right)\left(\frac{1}{\rho} e^{-i\varphi}\right) = \frac{r}{\rho} e^{i(\theta-\varphi)}$, したがって

  ▷ $\left|\frac{z}{w}\right| = \frac{r}{\rho} = \frac{|z|}{|w|}$

  ▷ $\arg\left(\frac{z}{w}\right) = \theta - \varphi = \arg z - \arg w$

偏角と絶対値の性質 (6) (p.24)

定理 1.3 の説明 (4)

$$
\begin{aligned}
&\left(r(\cos\theta + i\sin\theta)\right)\left(\rho(\cos\varphi + i\sin\varphi)\right) \\
&= r\rho\left(\cos(\theta+\varphi) + i\sin(\theta+\varphi)\right)
\end{aligned}
$$

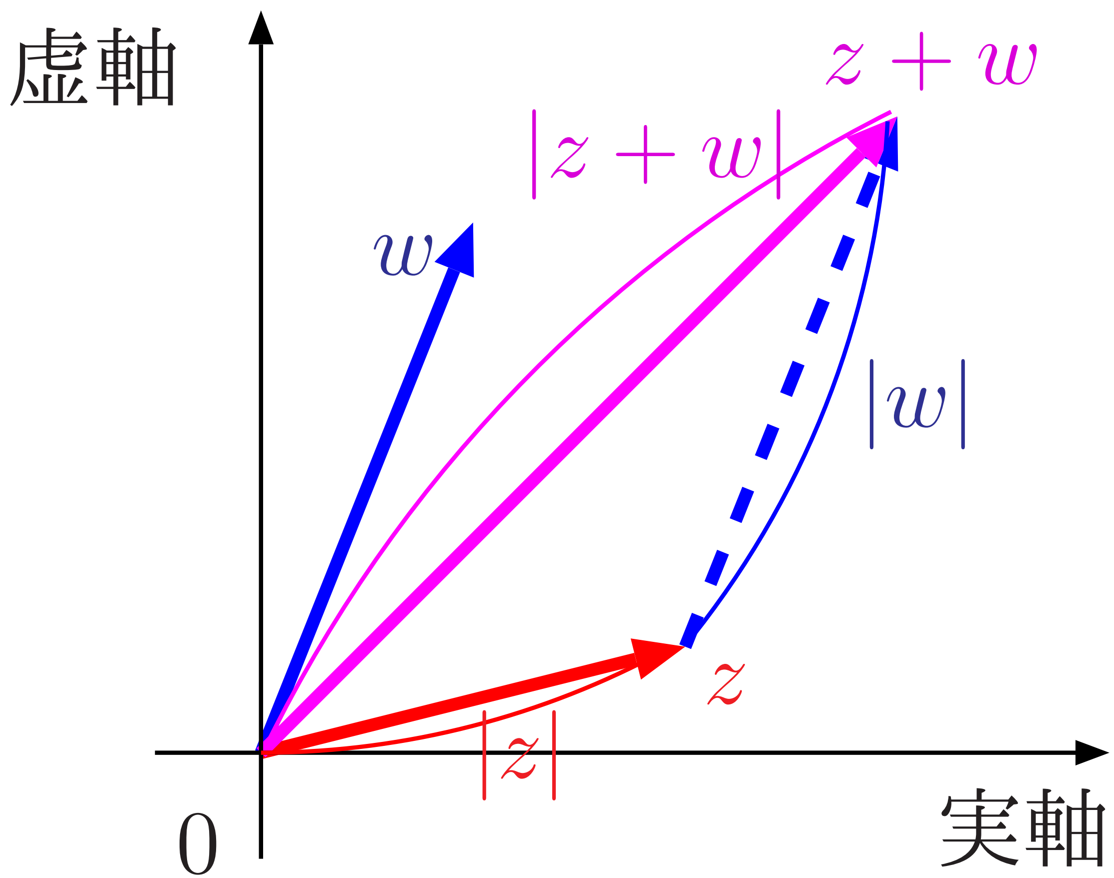
これは $re^{i\theta}\rho e^{i\varphi} = r\rho e^{i(\theta+\varphi)}$ を書き直しただけ

偏角と絶対値の性質 (7) (p.24)

- $|z + w| \leq |z| + |w|$ (三角不等式)

理由

- 三角形のある辺の長さは他の 2 辺の長さの和以上だから.
- 数式を使った説明は教科書 25 ページ (各自で読んでおくこと)


虚軸
$z+w$
$|z+w|$
w
$|w|$
z
$|z|$
0
実軸

偏角と絶対値の性質 (8) (p.24)

- $|z| - |w| \leq |z + w|$
- $|w| - |z| \leq |w + z|$

理由

- $z = (z + w) - w$ だから, 三角不等式により

$$|z| \leq |z + w| + |-w| = |z + w| + |w|$$

- よって

$$|z| - |w| \leq |z + w|$$

- z と w を入れ換えると第 2 の不等式

偏角と絶対値の性質 (9) (p.24)

まとめて…

- $\big||z| - |w|\big| \leq |z + w| \leq |z| + |w|$

(三角不等式)

- 定理 1.3 の証明はオイラーの公式を使った方がずっと簡単

ド・モアブルの公式 (1)

定理 1.4 (ド・モアブルの公式)

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$$

理由　$\left(e^{i\theta}\right)^n = e^{in\theta}$ となることをいえばよい．これをオイラーの公式にしたがって書き直すと定理 1.4 になる (詳細は数学的帰納法, 次ページ).

ド・モアブルの公式 (2)

- $n = 0$ のとき: 両辺ともに 1 だから等式成立

- $n \geq 0$ に対し $(e^{i\theta})^n = e^{in\theta}$ を仮定すると

$$
\begin{aligned}
&(e^{i\theta})^{n+1} \\
&= (e^{i\theta})^n e^{i\theta} = e^{in\theta} e^{i\theta} = e^{in\theta + i\theta} \\
&= e^{i(n+1)\theta}
\end{aligned}
$$

となり,

$$(e^{i\theta})^{n+1} = e^{i(n+1)\theta}$$

がいえる

- $n < 0$ のときは $n = -m$ として上記を使うと

$$
\begin{aligned}
&(e^{i\theta})^n \\
&= (e^{i\theta})^{(-m)} = ((e^{i\theta})^{-1})^m = (e^{im\theta})^{-1} = e^{-im\theta} \\
&= e^{in\theta}
\end{aligned}
$$

(ただし次ページで述べる性質を使っている)

$\boxed{\text{負のべきの性質}}$ $n \geq 0$ に対し,

$$z^{-n} = (z^{-1})^n$$

理由

- 教科書 15 ページでは, $z^{-n} = (z^n)^{-1}$ と定義した.

- これが $(z^{-1})^n$ と一致することを見たいのであるが,

$$(z^{-1})^n z^n = (zz^{-1})^n = 1$$

となることから $(z^{-1})^n = z^{-n}$ であることがわかる.

- 今述べた内容は, 厳密には数学的帰納法による. 念の為きちんと述べておく.

$\boxed{\text{積のべき}}$ $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$, $n \geq 0$ に対し,

$$(\alpha\beta)^n = \alpha^n \beta^n$$

理由

- 数学的帰納法による.
- $n = 0$ のときは両辺ともに 1.
- n で等式が成立すると仮定すれば,

$$
\begin{aligned}
&(\alpha\beta)^{n+1} \\
&= (\alpha\beta)^n(\alpha\beta) = (\alpha^n\beta^n)(\alpha\beta) = (\alpha^n\alpha)(\beta^n\beta) \\
&= \alpha^{n+1}\beta^{n+1}
\end{aligned}
$$

- 例 1.7 は各自で読んでおくこと

距離と図形 (1) (p.34)

定義 1.13 複素数 z と w の距離を $|w-z|$ により定義し, これを $d(z,w)$ と書く:

$$d(z,w) = |w-z|$$

距離と図形 (2) (p.35)

定理 1.5 z, w, u を複素数としたとき

(1) $d(z, w) \geq 0$, 等号成立は $z = w$ のときのみ

(2) $d(z, w) = d(w, z)$

(3) $d(z, w) \leq d(z, u) + d(u, w)$

理由　(1)(2) は定義からわかる; (3) は三角不等式そのもの

距離と図形 (3) (p.35)

α を複素数, k を正の実数としたとき,

- $|z-\alpha| = k$ を満たす複素数を集めたものは α を中心とする半径 k の円に一致する
- $|z-\alpha| < k$ を満たす複素数を集めたものは α を中心とする半径 k の開円板に一致する (開円板とは円周を除いた円板のこと)

距離と図形 (4) (p.35)

α を複素数, k を正の実数としたとき,

- $|z-\alpha| \leq k$ を満たす複素数を集めたものは α を中心とする半径 k の閉円板に一致する (閉円板とは円周を含む円板のこと)

- $z = x + iy$, $\alpha = a + ib$ とする
- 平面に $P(x, y)$ と $Q(a, b)$ を取る.
- $|z - \alpha|$ は $P(x, y)$ と $Q(a, b)$ との距離.
- このため, 以上で述べたことは平面内の円, 開円板, 閉円板の性質と同一.

- 例 1.8 は各自で読んでおくこと.

n 乗根 (1) (p.40)

定義 1.14 $z \in \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N}$ に対し, $w^n = z$ を満たす複素数 w を z の n 重根といい, $z^{1/n}$ あるいは $\sqrt[n]{z}$ であらわす.

$$\mathbb{N}$$

自然数全体

n 乗根 (2)

n 乗根の説明の準備のために n 乗の性質を復習する.

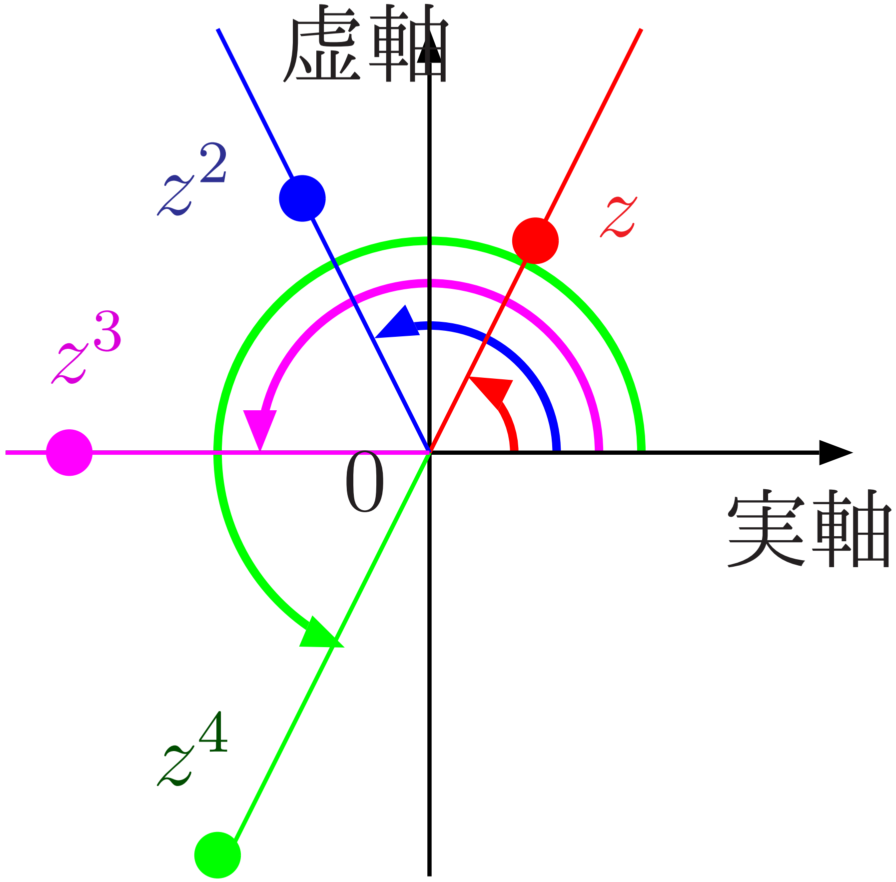
$z = re^{i\theta}$ とすると $z^n = r^n e^{in\theta}$ だから

$$|z^n| = |z|^n, \arg(z^n) = n \arg z$$

n 乗根 (3)

たとえば $z = 1.2e^{i\pi/3}$ なら

$$z^2 = 1.44e^{i2\pi/3},\ z^3 = 1.728\underbrace{e^{i\pi}}_{3\pi/3=\pi},\ z^4 = 2.0736e^{i4\pi/3}$$


虚軸
z^2
z
z^3
0
実軸
z^4

定理 1.9 $z \in \mathbb{C}$, $n \in \mathbb{N}$ に対し, $z \neq 0$ であれば, z は n 個の n 乗根を持つ. $z = re^{i\theta}$ としたとき, $w_0, w_1, \ldots, w_{n-1}$ を n 個の根とすると,

$$w_k = \sqrt[n]{r} e^{i\left(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)}$$

と書ける ($\sqrt[n]{r}$ は $r > 0$ の実数の範囲での非負の n 乗根).

- 定理 1.9 が成立する理由を述べる.
- $k = 0, \ldots, n-1$ に対し,

$$w_k^n = \left(\sqrt[n]{r} e^{i\left(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)} \right)^n = re^{i(\theta + 2k\pi)} = re^{i\theta}$$

だから, $w_0, \ldots, w_{n-1}$ は z の n 乗根である.

- また,

$$e^{i\frac{0\times 2\pi}{n}},\ e^{i\frac{1\times 2\pi}{n}},\ e^{i\frac{2\times 2\pi}{n}},\dots,e^{i\frac{(n-1)\times 2\pi}{n}}$$

は単位円を n 等分するから, $w_0,\dots,w_{n-1}$ はすべて異なる.

- $w_0, \ldots, w_{n-1}$ 以外に根がないことは代数学の基本定理 (教科書 213 ページ) の帰結であるが, この講義では説明を後回しにする.

- 定理 1.9 の式

$$w_k = \sqrt[n]{r}e^{i\left(\frac{\theta}{n}+\frac{2k\pi}{n}\right)}$$

をオイラーの公式を使って書き直すと

$$w_k = \sqrt[n]{r}\left(\cos\left(\frac{\theta}{n}+\frac{2k\pi}{n}\right)+i\sin\left(\frac{\theta}{n}+\frac{2k\pi}{n}\right)\right)$$

となるので, 今述べたことは教科書 40 ページと同じ.

§ 例

- $z = 2i = 2e^{i\pi/2}$ の 3 乗根 w_0, w_1, w_2 を計算すると

$$
\begin{aligned}
w_0 =& \sqrt[3]{2}e^{i\frac{\pi}{6}}, \\
w_1 =& \sqrt[3]{2}e^{i(\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi}{3})}, \\
w_2 =& \sqrt[3]{2}e^{i(\frac{\pi}{6}+\frac{2\times 2\pi}{3})} = \sqrt[3]{2}e^{i(\frac{\pi}{6}+\frac{4\pi}{3})}
\end{aligned}
$$

(偏角を主値に直していないので注意)

- よって,

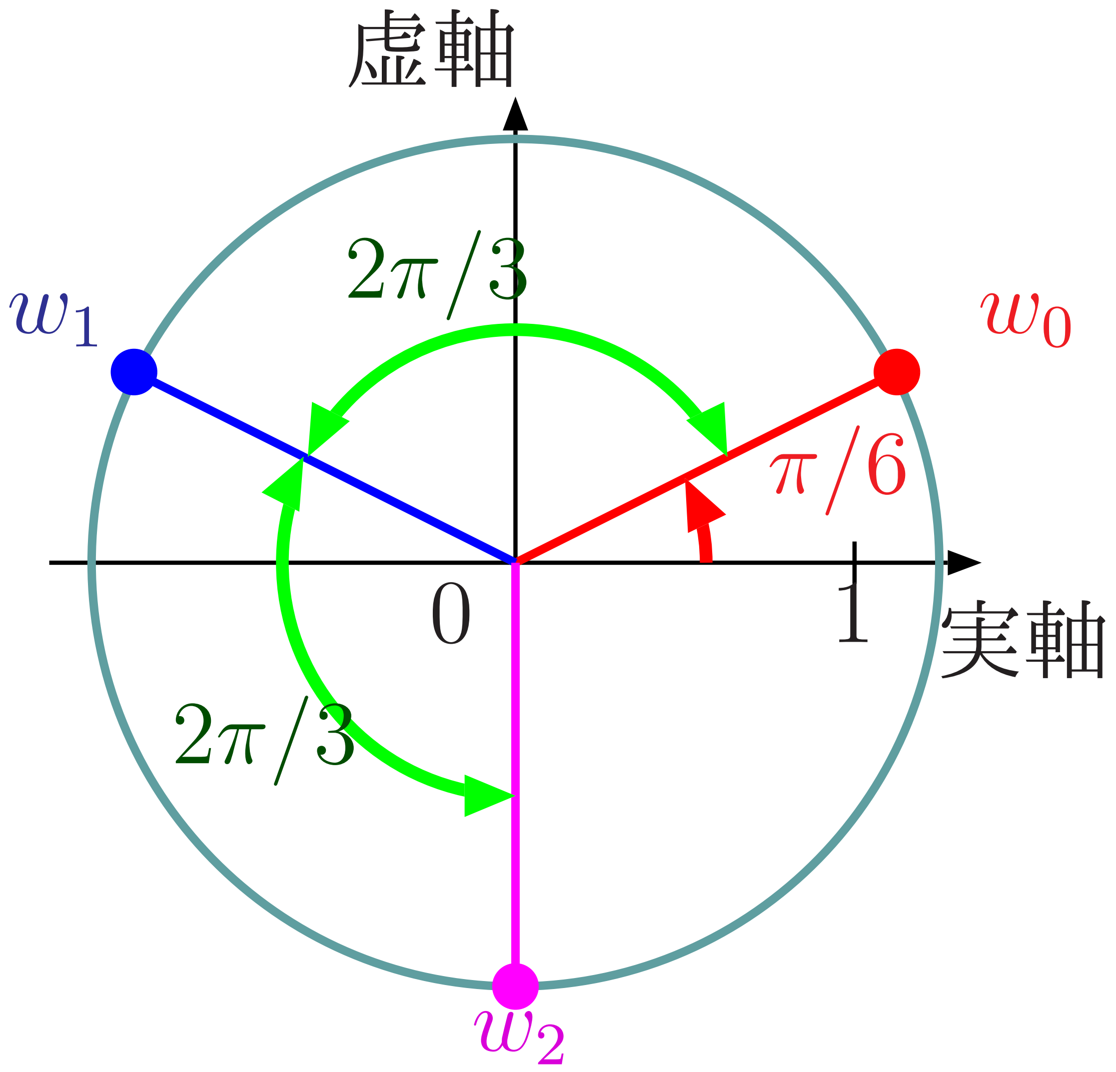
$$(2i)^{1/3} = \left\{ \sqrt[3]{2}e^{i\frac{\pi}{6}}, \sqrt[3]{2}e^{i(\frac{\pi}{6}+\frac{2\pi}{3})}, \sqrt[3]{2}e^{i(\frac{\pi}{6}+\frac{4\pi}{3})} \right\}$$

- 得られるのは3個の複素数の集合である. 単一の複素数でないことに注意.

- ただし, 文献によっては,

$$(2i)^{1/3} = \sqrt[3]{2}e^{i\frac{\pi}{6}}$$

のように, 上記の集合から数をひとつ選んで書き下すものもある (他の教科書等を読むときは注意せよ).


虚軸
$2\pi/3$
w_1
w_0
$\pi/6$
0
1
実軸
$2\pi/3$
w_2

§ 例

- $z = i = e^{i\pi/2}$ の 2 乗根 w_0, w_1 を計算すると

$$w_0 = e^{i\frac{\pi}{4}},$$

$$w_1 = e^{i\left(\frac{\pi}{4}+\frac{2\pi}{2}\right)} = e^{i\left(\frac{\pi}{4}+\pi\right)}$$

(偏角を主値に直していないので注意)

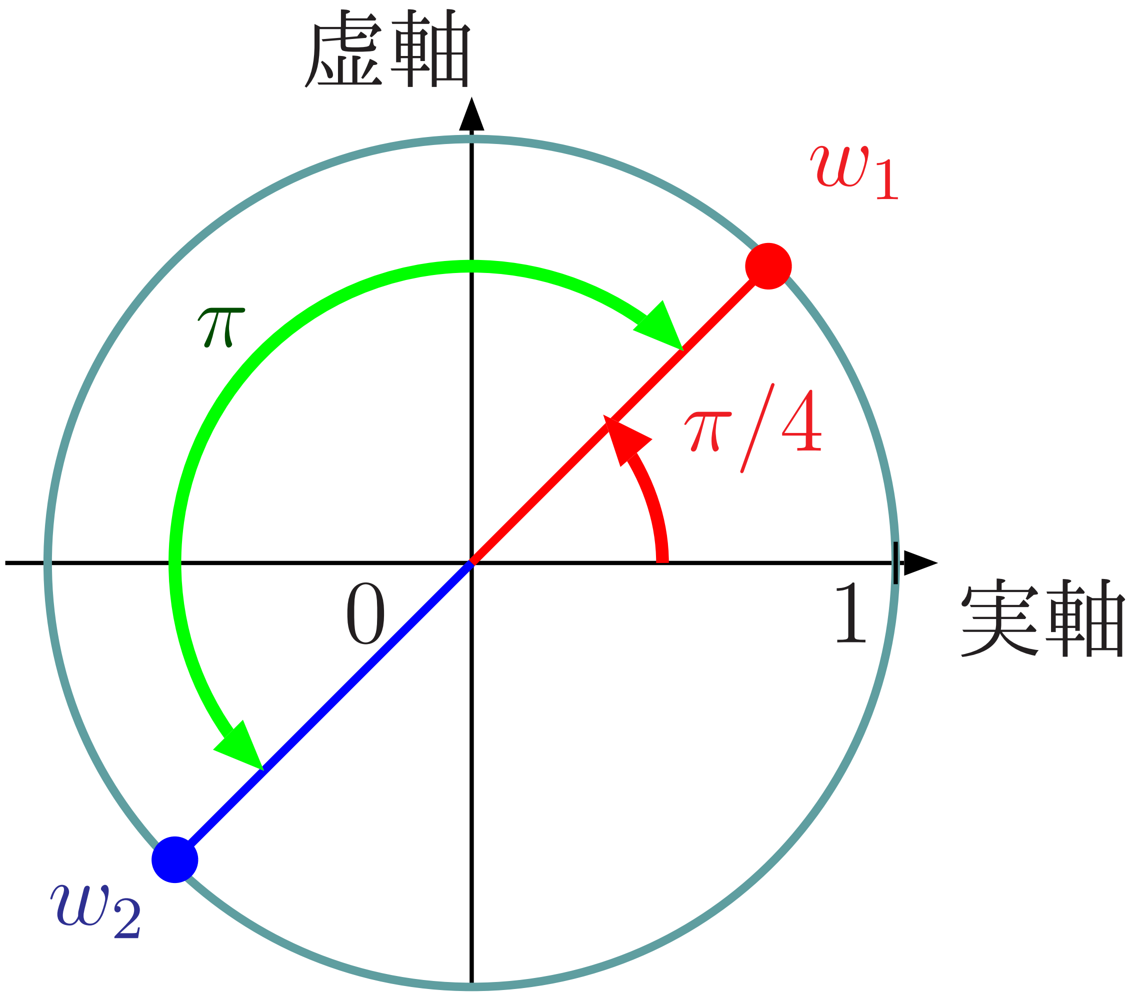
- よって,

$$i^{1/2} = \sqrt{i} = \left\{ e^{i\frac{\pi}{4}}, e^{i\left(\frac{\pi}{4}+\pi\right)} \right\}$$

- 高等学校で複素数を学んだ時点では,

$$\sqrt{i}$$

のような数が出て来ることはないので, ぱっと見て「わかりにくい」という印象を持つ者もいると思うが, 単純に慣れの問題である.



虚軸
w_1
π
$\pi/4$
0
1
実軸
w_2

n 乗根 (4) (p.41 ～ 42)

- 複素数の範囲で考えるときには $i^{1/2}$ は 2 個の複素数 $e^{i\pi/4}$, $e^{i(\pi/4+\pi)}$ をまとめた表記で単一の複素数ではない
- これを忘れると教科書 41 ページ例 1.9 のような混乱が発生する (各自でこの例を読んでおくこと)

n 乗根 (5) (p.42)

$\boxed{\text{記号の使い分け}}$　教科書では, 以下のような記号の使い分けをすることがある.

$\sqrt[n]{x}$	非負の実数 x の, 非負の実 n 乗根
$z^{\frac{1}{n}}$	複素数 z の複素数の範囲における n 個の n 乗根, あるいはその中のひとつ

- 非負の実数 x に対して, その非負の n 乗根 $\sqrt[n]{x}$ がただ一つ存在する (これは微分積分学の範囲で説明される事実)
- 教科書注意 1.16 は「非負の実数 x の非負の n 乗根」と書かないと不正確
- $\sqrt[n]{z}$ と $z^{\frac{1}{n}}$ の使い分けをしない教科書もあるので, 他の教科書を読むときには混乱しないように

- 例 1.10 は各自で読んでおくこと

回路理論との関係 (1)

	複素解析	回路理論
虚数単位	i	j
複素数	z	$\dot{Z}$

回路理論との関係 (2)

- 回路理論には i が電流を表すという慣例があるため, 混乱しないよう虚数単位として j を用いる
- この講義では, 引き続き, 虚数単位として i を使い続ける

回路理論との関係 (3)

時刻を t とすると，正弦波交流における交流電圧 $v(t)$ は次のように書ける:

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \phi)$$

記号	名称	単位
V_m	電圧の最大振幅	V
ω	角周波数	rad/s
ϕ	位相角	rad

回路理論との関係 (4)

$$v(t) = V_m e^{i(\omega t + \phi)} = V_m(\cos(\omega t + \phi) + i \sin(\omega t + \phi))$$

という式を考える

回路理論との関係 (5)

正弦波交流と $V_m e^{i(\omega t+\phi)}$ を比較すると…

$$
\begin{aligned}
v(t) &= & & V_m \sin(\omega t+\phi) \\
v(t) &= V_m\cos(\omega t+\phi) + & & iV_m \sin(\omega t+\phi)
\end{aligned}
$$

虚数成分が一致している

回路理論との関係 (6)

定義

$$v(t) = V_m e^{i(\omega t+\phi)} = V_m(\cos(\omega t+\phi)+i\sin(\omega t+\phi))$$

によって定義される電圧を**複素電圧**という

- 虚数成分を交流電圧 $(\sin(\omega t+\phi))$ と合わせているのは歴史的経緯と思われる

実効値に関する復習 (1)

交流電圧 $v(t)$ によって抵抗 R で消費される電力と, 同じ抵抗 R に直流電圧を印加したときに消費される電力とが等しくなるような直流電流 (あるいは直流電圧) の大きさを実効値と呼ぶ (足立, 森, 電気回路の基礎, 東京電機大学出版局, 2007).

- 周期が T なら $I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt}$

実効値に関する復習 (2)

- 正弦波交流では, $i(t) = I_m \sin \omega t$ とすると, $T = 2\pi/\omega$ で, 三角関数の性質を使うと,

$$I = \sqrt{\frac{I_m^2}{T}\int_0^T (\frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t))dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

だから, 実効値 I は I_m を $\sqrt{2}$ で割ったもの (電圧でも同じ)

回路理論との関係 (7)

電圧の実効値を V として $(V = V_m/\sqrt{2})$, 複素電圧の式を書き換えると,

$$v(t) = \sqrt{2}Ve^{i(\omega t+\phi)} = \sqrt{2}Ve^{i\phi}e^{i\omega t}$$

とも書かれる.

回路理論との関係 (8)

$\boxed{\text{定義}}$ 複素電圧を実効値に着目して書き直し ($\sqrt{2}$ を略す), さらに時間に依存する項 $e^{i\omega t}$ を省略したもの:

$$\boldsymbol{V} = Ve^{i\phi}$$

を, フェーザ電圧と呼ぶ.

回路理論との関係 (9)

- フェーザ電圧 $\boldsymbol{V} = Ve^{i\phi}$ を

$$\boldsymbol{V} = V\angle\phi$$

  とも書く

- フェーザ法に関する記述は電気回路の教科書によってまちまちなので注意すること

回路理論との関係 (10)

まとめ

交流電圧	$v(t)$	$=$	$\sqrt{2}V\sin(\omega t+\phi)$
複素電圧	$v(t)$	$=$	$\sqrt{2}Ve^{i(\omega t+\phi)}$
フェーザ電圧	$\boldsymbol{V}$	$=$	$Ve^{i\phi}$

数の包含関係について

- 第 1 回で述べたように, 高校を卒業した者は

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$$

という包含関係を理解していることに (学習指導要領では) なっているのだが…

- 定着しているとは言い難い.
- 改めて復習しておく.

自然数

- $1, 2, 3, \ldots$ (零を自然数に含める流儀もある)
- 人間が持っている素朴な「数える」という概念に対応.
- よく用いられる記号は $\mathbb{N}$ (由来は自然数に対応する英語 Natural Number)

- 集合論の枠組で自然数を構成することもできるが, この講義では触れない.

整数

- $\ldots, -3,-2,-1,0,1,2,\ldots$
- 自然数を引き算ができるように拡張したもの.
- よく用いられる記号は $\mathbb{Z}$ (由来は数に対応するドイツ語 Zahl)
- 典型的には 2 個の自然数のペアを使って構成されるが, この講義では深入りしない.

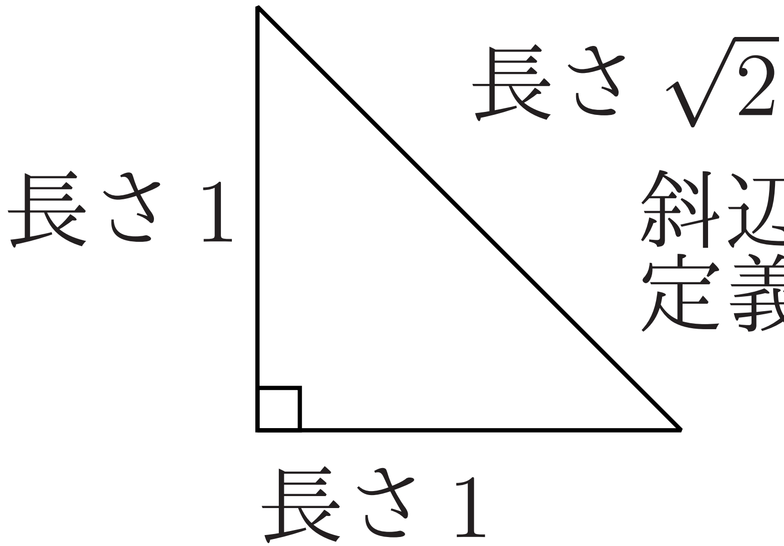
有理数

- $\left\{\dfrac{m}{n} : m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}\right\}$
(ただし分母と分子が共通因子を持つ場合にはそれを互いにキャンセルする)
- 整数を除算ができるように拡張したもの.
- よく用いられる記号は $\mathbb{Q}$.

- 有理数の対応する英語 Rational Number を踏まえて $\mathbb{R}$ としたいところなのだが, 習慣的に $\mathbb{R}$ を実数の表記に用いるため, 重複を避けるために, そのひとつ前の $\mathbb{Q}$ が用いられている.
- 典型的には2個の整数ペアを使って構成されるが, この講義では深入りしない.

実数

- 直感的には, 無限小数の全体.
- 有理数を直角三角形の斜辺の長さが定義できるように拡張したもの.
- よく用いられる記号は$\mathbb{R}$. 由来は実数に対応する英語 Real Number.



斜辺の長さが
定義できないと困る

- 実数は有理数から構成される．構成法は何通りかあるが, この講義では深入りしない.

複素数

- $\{a + ib : a, b \in \mathbb{R}\}$
- 実数を 2 次方程式がつねに解を持つように拡張したもの.
- よく用いられる記号は $\mathbb{C}$. 由来は複素数に対応する英語 Complex Number.

- 複素数は実数から構成される．典型的な構成法は 2 種類あり，ひとつは，この講義で述べた，2 次の実ベクトル全体の集合に新たに乗算を定義するもの．
- 実係数の多項式全体の集合から複素数を構成する流儀もあるが，この講義では深入りしない．

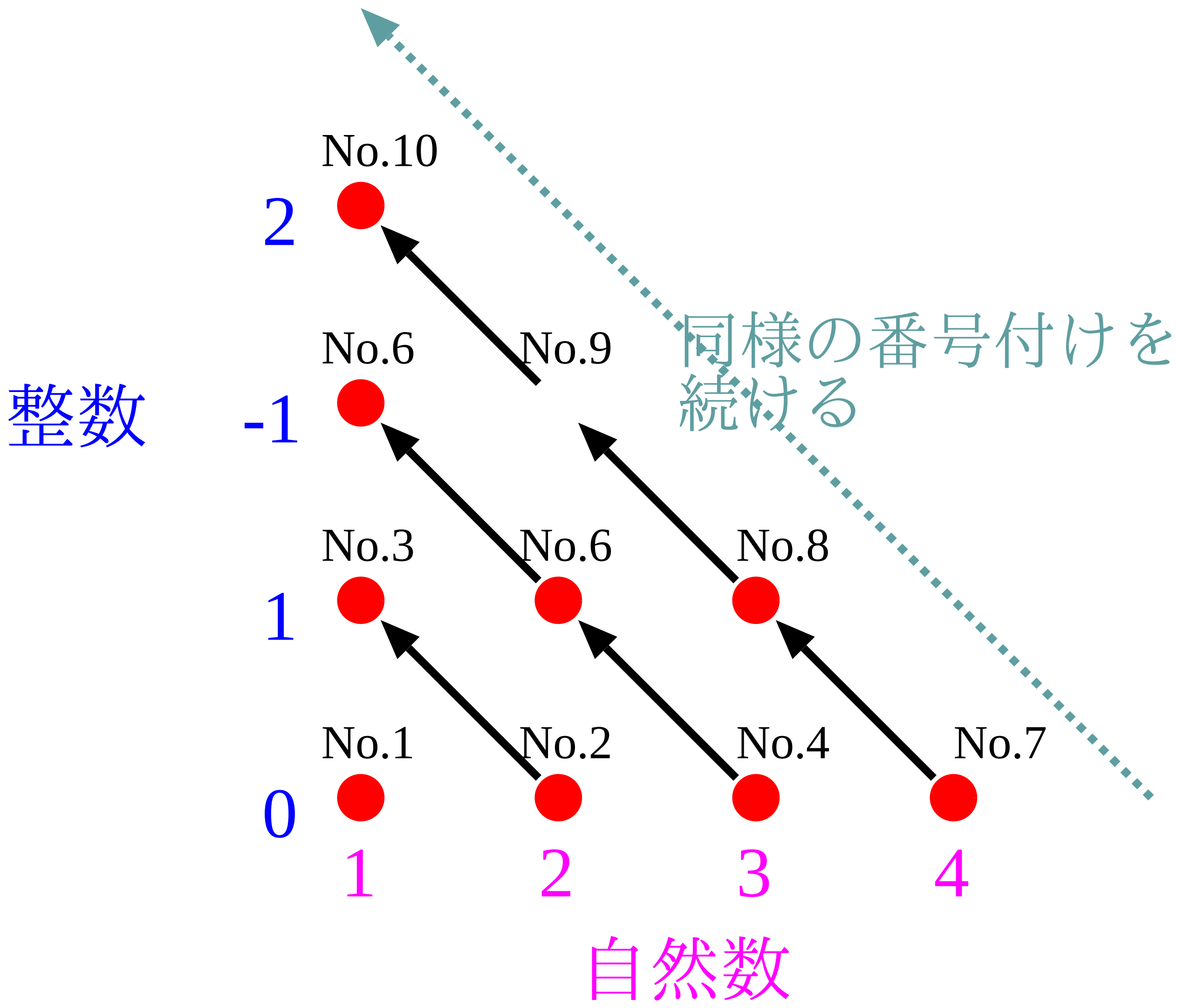
加算無限集合と非加算無限集合

- 自然数全体の集合 $\mathbb{N}$ を使って通し番号を振ることができる集合を加算無限集合という.
- $\mathbb{N}$ は (定義によって) 加算無限集合である.

- $\mathbb{Z}$ は加算無限集合である．以下のようにして通し番号が振れる．

番号	1	2	3	4	5	$\cdots$
数値	0	1	-1	2	-2	$\cdots$

- $\mathbb{Q}$ は加算無限集合である. 次ページの図のように, 横軸に自然数, 縦軸に整数を並べ, 左上がりの対角線を使って番号を振ってゆけばよい (重複はとりあえず気にしない).

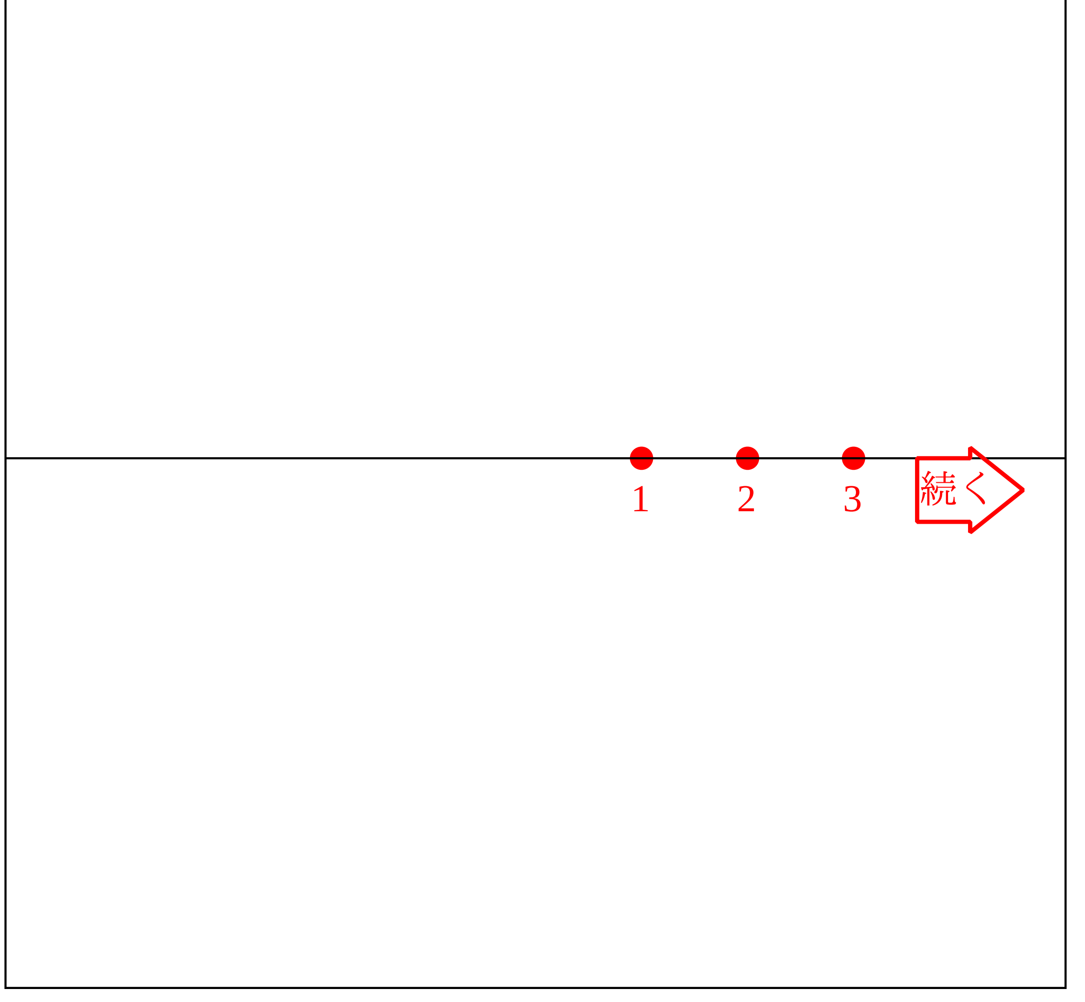

No.10
2
No.6
No.9
同様の番号付けを
続ける
整数
-1
No.3
No.6
No.8
1
No.1
No.2
No.4
No.7
0
1
2
3
4
自然数

- $\mathbb{R}$ は非加算無限集合であることが証明できる (この講義では深入りしない).

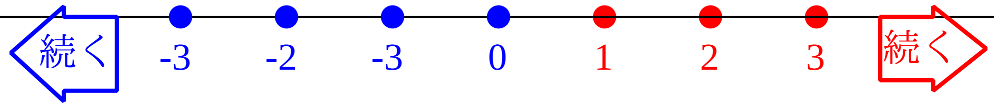
- $\mathbb{C}$ は部分集合として $\mathbb{R}$ を含むので非加算無限集合である.

図で見る数の包含関係

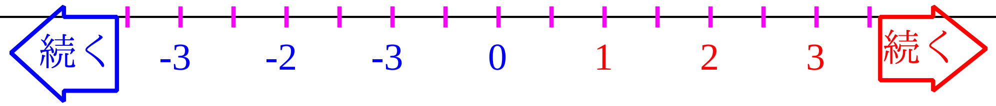
自然数の世界



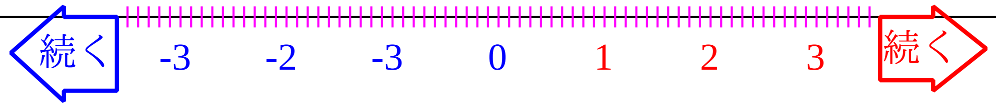
整数の世界



有理数の世界(1) 1/2刻み

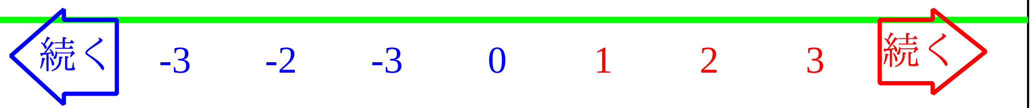


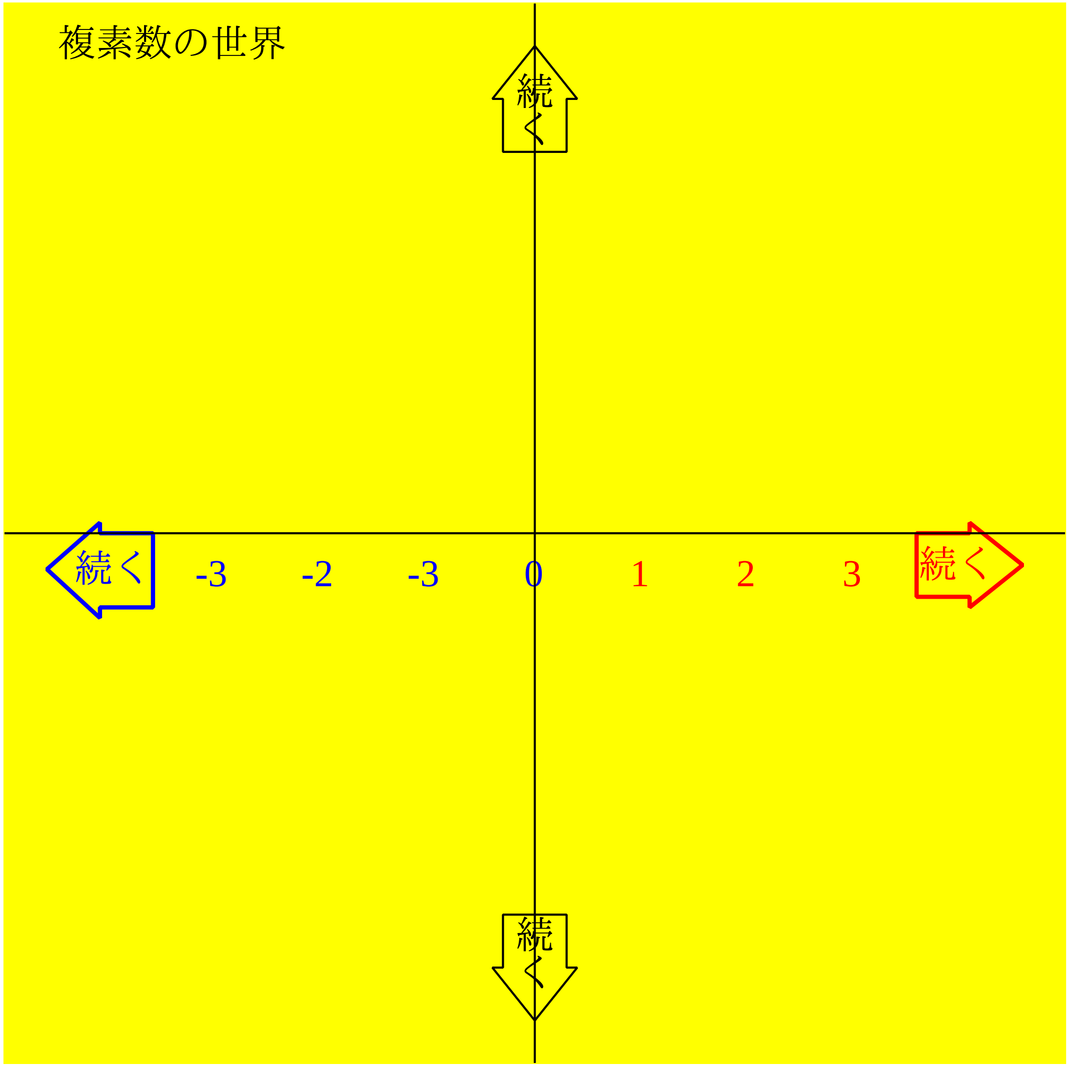
有理数の世界(2) 1/10刻み



- 刻みはどんどん細かくなるが, いくら細かくしても加算無限.

実数の世界




複素数の世界
続く
続く
-3
-2
-3
0
1
2
3
続く
続く

文献

- 初等的な数学記号の使い方を知りたいときは,

  岡部ほか: 身近な数学の記号たち,
  オーム社, 2012

  が参考になる (初等的なものしか掲載されていないので注意).

- 数の構成についてきちんと書かれた本の例として,

  柳原, 織田, 数をとらえ直す, 裳華房, 2005

  があるが, 工学部の数学としての必要性は薄い. 興味を惹かれる場合のみ参照するとよい.

- 初学者が数学に関する調べ物をするときには, まず

  青木ほか編, 岩波数学入門事典, 岩波書店, 2005

  を参照するとよい.