学籍番号 ＿＿＿＿＿＿＿＿ 氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

講義中の指示にしたがって空欄を埋め, 正しいと思われる方を選択せよ (演習の解答は講義終了後に掲示板に貼り出す). 空欄が小さいときには横に書いてもよい.

演習 14-1 この演習では, 定理 7.3 を使い, $\int_0^{2\pi} \frac{1}{\frac{5}{3}+\cos\theta}d\theta$ を計算する. $z(\theta) = e^{i\theta}$ とおくと, $\frac{dz}{d\theta} = ie^{i\theta} = iz$ であり, したがって形式的に $d\theta = \frac{dz}{iz}$ と書ける. また, $\cos\theta = \dfrac{e^{i\theta}+e^{-i\theta}}{2} = \dfrac{z(\theta)+\frac{1}{z(\theta)}}{2}$ である. C を正の向きが付いた単位円とし, 上記を利用して $\int_0^{2\pi} \frac{1}{\frac{5}{3}+\cos\theta}d\theta$ を複素積分の形で書き直すと $\displaystyle\int_0^{2\pi} \frac{1}{\frac{5}{3}+\cos\theta}d\theta = \int_C \frac{1}{\frac{5}{3}+\frac{z+\frac{1}{z}}{2}}\frac{dz}{iz}$ となるが,

$f(z) = \frac{1}{\frac{5}{3}+\frac{z+\frac{1}{z}}{2}}\frac{1}{z}$ とし, これを整理して因数分解すると $f(z) = \boxed{}$

である. したがって, $f(z)$ の単位円内の極は $z = \boxed{}$ であり, 定理 7.3 および定理 7.2 により, $\int_0^{2\pi} \frac{1}{\frac{5}{3}+\cos\theta}d\theta = 2\pi \mathrm{Res}\,(f, \boxed{}) = \boxed{}$ となる.

演習 14-2 この演習では, 定理 7.4 を使い, $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+1)(x^2+4)}dx$ を計算する. $P(z) = 1$, $Q(z) = (z^2+1)(z^2+4)$ とし, $P(z)$ の次数を m, $Q(z)$ の次数を n とすると, $m = \boxed{}$, $n = \boxed{}$ である. よって, 定理 7.4 の, $n \geq m+2$ という条件は満たされ る・ない.
次に, $Q(z)$ の零点を計算する. $Q(z)$ を因数分解すると

$$Q(z) = \boxed{}$$

であり, $Q(z)$ の零点は $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$ である. このうち, 上半平面 ($\mathrm{Im}\, z > 0$) にある零点は $\boxed{}$, $\boxed{}$ である. $Q(z)$ は実軸上に零点を持 ち・たず, 定理 7.4 の「$Q(x)$ が実軸上に零点を持たない」という条件は満たされ る・ない.
定理 7.4 にしたがって $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{P(x)}{Q(x)}dx$ を計算すると, 定理 7.2 より, $\mathrm{Res}\,(P/Q, \boxed{}) = \boxed{}$, $\mathrm{Res}\,(P/Q, \boxed{}) = \boxed{}$ なので, $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{P(x)}{Q(x)}dx = \boxed{}$ となる.

(演習は裏面に続くが, スペースの都合でコメント欄を 1 ページ目に移す)

講義の感想・質問・意見等があれば書け (成績には関係しない)

演習 14-3　この演習では, 定理 7.4 を使い, $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+4)^2} dx$ を計算する. $P(z) = 1$, $Q(z) = (z^2+4)^2$ とし, $P(z)$ の次数を m, $Q(z)$ の次数を n とすると, $m = \boxed{\quad}$, $n = \boxed{\quad}$ である. よって, 定理 7.4 の, $n \geq m+2$ という条件は満たされ$\boxed{\text{る・ない}}$.
次に, $Q(z)$ の零点を計算する. $Q(z)$ を因数分解すると

$$Q(z) = \boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

であり, $Q(z)$ の零点は$\boxed{\quad}$, $\boxed{\quad}$である. このうち, 上半平面 $(\mathrm{Im}\, z > 0)$ にある零点は$\boxed{\quad}$であり, これを $P(z)/Q(z)$ の極と考えた場合, その位数は$\boxed{\quad}$である. $Q(z)$ は実軸上に零点を持$\boxed{\text{ち・たず}}$, 定理 7.4 の「$Q(x)$ が実軸上に零点を持たない」という条件は満たされ$\boxed{\text{る・ない}}$.
定理 7.4 にしたがって $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} dx$ を計算すると, 定理 7.2 より (極の位数に注意), $\mathrm{Res}\,(P/Q, \boxed{\quad}) = \boxed{\quad}$ なので, $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} dx = \boxed{\qquad\qquad\qquad}$ となる.

演習 14-4　この演習では, 定理 7.5 を使い, $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2+4} \cos \frac{x}{2} dx$ と $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2+4} \sin \frac{x}{2} dx$ を計算する. このためには, $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2+4} e^{i\frac{x}{2}}$ を計算し, その実部と虚部を取ればよい.
$P(z) = z$, $Q(z) = z^2+4$ とし, $P(z)$ の次数を m, $Q(z)$ の次数を n とすると, $m = \boxed{\quad}$, $n = \boxed{\quad}$ である. よって, 定理 7.4 の, $n \geq m+1$ という条件は満たされ$\boxed{\text{る・ない}}$.
次に, $Q(z)$ の零点を計算する. $Q(z)$ を因数分解すると

$$Q(z) = \boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad}$$

であり, $Q(z)$ の零点は$\boxed{\quad}$, $\boxed{\quad}$である. このうち, 上半平面 $(\mathrm{Im}\, z > 0)$ にある零点は$\boxed{\quad}$であり, これを $P(z)/Q(z)$ の極と考えた場合, その位数は$\boxed{\quad}$である. $Q(z)$ は実軸上に零点を持$\boxed{\text{ち・たず}}$, 定理 7.4 の「$Q(x)$ が実軸上に零点を持たない」という条件は満たされ$\boxed{\text{る・ない}}$.
定理 7.4 にしたがって $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{P(x)}{Q(x)} e^{\frac{x}{2}} dx$ を計算すると, 定理 7.2 より (極の位数に注意), $\mathrm{Res}\,((P(z)/Q(z))e^{i\frac{z}{2}}, \boxed{\quad}) = \boxed{\quad}$ なので, $\int_{-\infty}^{\infty} (P(x)/Q(x)) e^{i\frac{x}{2}} dx = \boxed{\qquad\qquad\qquad}$ となる. この実部と虚部を取ることにより, $\int_{-\infty}^{\infty} (P(x)/Q(x)) \cos \frac{x}{2} dx = \boxed{\qquad\qquad\qquad}$, $\int_{-\infty}^{\infty} (P(x)/Q(x)) \sin \frac{x}{2} dx = \boxed{\qquad\qquad\qquad}$ となることがわかる.