学籍番号 ____________ 氏名 __________________

講義中の指示にしたがって空欄を埋めよ (演習の解答は講義終了後に掲示板に貼り出す).
空欄が小さいときには横に書いてもよい.

演習 7-1 $\ln x$ を正の実数 x の自然対数としたとき, オイラーの公式を使うと,

$$e^{\ln 2+i\frac{\pi}{3}} = e^{\ln 2}e^{i\frac{\pi}{3}} = \boxed{}\left(\cos\boxed{} + i\sin\boxed{}\right) = \boxed{} + \boxed{}i$$

演習 7-2

1. $\sin 3i = \dfrac{e^{i(\square)} - e^{-i(\square)}}{2i} = \dfrac{e^{\square} - e^{\square}}{2i}$, $e^3 \simeq 20$ を使って近似的に計算すると ($\simeq$ は「ほぼ等しい」の意味, 小数点以下は無視し, $e^{-3} \simeq 0$ としてよい), $\sin 3i \simeq \boxed{} + \boxed{}i$

2. $\cos(\pi+3i) = \dfrac{e^{i(\square)} + e^{-i(\square)}}{2} = \dfrac{e^{\square+\square i} + e^{\square+\square i}}{2}$, オイラーの公式を使うと, $\cos(\pi+3i) = \dfrac{e^{\square}}{2}(\cos\boxed{} + i\sin\boxed{}) + \dfrac{e^{\square}}{2}(\cos\boxed{} + i\sin\boxed{})$, $e^3 \simeq 20$ を使って近似的に計算すると (小数点以下は無視し, $e^{-3} \simeq 0$ としてよい), $\cos(\pi+3i) \simeq \boxed{} + \boxed{}i$.

演習 7-3 双曲線関数の定義 $\cosh z = \frac{e^z+e^{-z}}{2}$, $\sinh z = \frac{e^z-e^{-z}}{2}$ を使い, 以下の空欄を埋めよ.

1. $\cosh 3 = \dfrac{e^{\square} + e^{\square}}{2}$, $e^3 \simeq 20$ を使って近似的に計算すると (小数点以下は無視し, $e^{-3} \simeq 0$ としてよい), $\cosh 3 \simeq \boxed{}$.

2. $\sinh 3 = \dfrac{e^{\square} - e^{\square}}{2}$, $e^3 \simeq 20$ を使って近似的に計算すると (小数点以下は無視し, $e^{-3} \simeq 0$ としてよい), $\sinh 3 \simeq \boxed{}$.

3. 近似をしないで計算すると,

$$\cosh^2 3 - \sinh^2 3 = (\cosh 3)^2 - (\sinh 3)^2 = \left(\frac{e^{\square} + e^{\square}}{2}\right)^2 - \left(\frac{e^{\square} - e^{\square}}{2}\right)^2$$
$$= \frac{1}{4}\left(\boxed{} + \boxed{} + \boxed{}\right) - \frac{1}{4}\left(\boxed{} + \boxed{} + \boxed{}\right)$$
$$= \boxed{}$$

演習 7-4 $\log i$ を計算する．$|i| = \boxed{\quad}$, $\mathrm{Arg}\, i = \boxed{\quad}$ である (ただし $\mathrm{Arg}\, z$ は偏角の主値 (半開区間 $(-\pi, \pi]$ から偏角を選ぶ)．したがって, i を $i = re^{i(\theta+2n\pi)}$ (ただし $r \geq 0$, $\theta \in (-\pi, \pi]$, $n \in \mathbb{Z}$) という形で書いたとき, $r = \boxed{\quad}$, $\theta = \boxed{\quad}$ である．ところで, $z = re^{i(\theta+2n\pi)}$ (ただし $r \geq 0$, $\theta \in (-\pi, \pi]$, $n \in \mathbb{Z}$) に対し, $\log z = \ln r + i(\theta + 2n\pi)$ だから, $\log i = \boxed{\quad} + i\left(\boxed{\qquad\qquad}\right)$ $(n \in \mathbb{Z})$ である．

演習 7-5 この演習では, 正の実数 x に対し, その対数関数の値 $\log x$ と主値 $\mathrm{Log}\, x$ を比較する．$\log e^4$ と $\mathrm{Log}\, e^4$ を計算する (ただし e は自然対数の底で, $\ln e = 1$)．e^4 は正の実数だから, $|e^4| = \boxed{\quad}$(数値を求めなくてもよい), $\mathrm{Arg}\, i = \boxed{\quad}$ であり, 一方 $\arg i = \boxed{\qquad\qquad}$ (ただし $n \in \mathbb{Z}$) である．したがって, e^4 を $e^4 = re^{i(\theta+2n\pi)}$ (ただし $r \geq 0$, $\theta \in (-\pi, \pi]$, $n \in \mathbb{Z}$) という形で書いたとき, $r = \boxed{\quad}$, $\theta = \boxed{\quad}$ である．よって, $\log e^4 = \boxed{\quad} + i\left(\boxed{\qquad\qquad}\right)$ $(n \in \mathbb{Z})$ であり, 一方 $\mathrm{Log}\, e^4 = \boxed{\quad} + i\left(\boxed{\qquad\qquad}\right)$ である．これにより, $\mathrm{Log}\, e^4$ は $\ln e^4$ と一致するが, $\log e^4$ は多価関数で $\ln e^4$ と一致しないことがわかる．

<u>講義の感想・質問・意見等があれば書け (成績には関係しない)</u>