学籍番号 ____________ 氏名 __________________

講義中の指示にしたがって空欄を埋めよ (演習の解答は講義終了後に掲示板に貼り出す).
空欄が小さいときには横に書いてもよい.

演習 7-1 $\ln x$ を正の実数 x の自然対数としたとき, オイラーの公式を使うと,

$$e^{\ln 2 + i\frac{\pi}{3}} = e^{\ln 2} e^{i\frac{\pi}{3}} = \boxed{}\left(\cos\boxed{} + i\sin\boxed{}\right) = \boxed{} + \boxed{}i$$

演習 7-2

1. $\sin 3i = \dfrac{e^{i(\boxed{})} - e^{-i(\boxed{})}}{2i} = \dfrac{e^{\boxed{}} - e^{\boxed{}}}{2i}$, $e^3 \simeq 20$ を使って近似的に計算すると ($\simeq$ は「ほぼ等しい」の意味, 小数点以下は無視し, $e^{-3} \simeq 0$ としてよい), $\sin 3i \simeq \boxed{} + \boxed{}i$

2. $\cos(\pi + 3i) = \dfrac{e^{i(\boxed{})} + e^{-i(\boxed{})}}{2} = \dfrac{e^{\boxed{} + \boxed{}i} + e^{\boxed{} + \boxed{}i}}{2}$, オイラーの公式を使うと, $\cos(\pi + 3i) = \dfrac{e^{\boxed{}}}{2}(\cos\boxed{} + i\sin\boxed{}) + \dfrac{e^{\boxed{}}}{2}(\cos\boxed{} + i\sin\boxed{})$, $e^3 \simeq 20$ を使って近似的に計算すると (小数点以下は無視し, $e^{-3} \simeq 0$ としてよい), $\cos(\pi + 3i) \simeq \boxed{} + \boxed{}i$.

演習 7-3 双曲線関数の定義 $\cosh z = \frac{e^z + e^{-z}}{2}$, $\sinh z = \frac{e^z - e^{-z}}{2}$ を使い, 以下の空欄を埋めよ.

1. $\cosh 3 = \dfrac{e^{\boxed{}} + e^{\boxed{}}}{2}$, $e^3 \simeq 20$ を使って近似的に計算すると (小数点以下は無視し, $e^{-3} \simeq 0$ としてよい), $\cosh 3 \simeq \boxed{}$.

2. $\sinh 3 = \dfrac{e^{\boxed{}} - e^{\boxed{}}}{2}$, $e^3 \simeq 20$ を使って近似的に計算すると (小数点以下は無視し, $e^{-3} \simeq 0$ としてよい), $\sinh 3 \simeq \boxed{}$.

3. 近似をしないで計算すると,

$$\begin{aligned}\cosh^2 3 - \sinh^2 3 = (\cosh 3)^2 - (\sinh 3)^2 &= \left(\frac{e^{\boxed{}} + e^{\boxed{}}}{2}\right)^2 - \left(\frac{e^{\boxed{}} - e^{\boxed{}}}{2}\right)^2 \\ &= \frac{1}{4}\left(\boxed{} + \boxed{} + \boxed{}\right) - \frac{1}{4}\left(\boxed{} + \boxed{} + \boxed{}\right) \\ &= \boxed{}\end{aligned}$$

演習 7-4 $\log i$ を計算する． $|i| = \boxed{}$, $\mathrm{Arg}\, i = \boxed{}$ である (ただし $\mathrm{Arg}\, z$ は偏角の主値 (半開区間 $(-\pi, \pi]$ から偏角を選ぶ)．したがって, i を $i = re^{i(\theta+2n\pi)}$ (ただし $r \geq 0$, $\theta \in (-\pi, \pi]$, $n \in \mathbb{Z}$) という形で書いたとき, $r = \boxed{}$, $\theta = \boxed{}$ である．ところで, $z = re^{i(\theta+2n\pi)}$ (ただし $r \geq 0$, $\theta \in (-\pi, \pi]$, $n \in \mathbb{Z}$) に対し, $\log z = \ln r + i(\theta + 2n\pi)$ だから, $\log i = \boxed{} + i\left(\boxed{}\right)$ $(n \in \mathbb{Z})$ である．

講義の感想・質問・意見等があれば書け (成績には関係しない)