学籍番号 ＿＿＿＿＿＿ 氏名 ＿＿＿＿＿＿＿＿＿

講義中の指示にしたがって空欄を埋め, さらに指示された作業をおこなえ (演習の解答は講義終了後に掲示板に貼り出す). 空欄が小さいときには横に書いてもよい.

演習 6-1 この演習では, 複素級数

$$c_0 + c_1 z + c_2 z^2 + \cdots + c_n z^n + \cdots \tag{6-A}$$

を取り扱う. 以下の空欄を埋めよ.

1. 複素級数 $1+z+z^2+\cdots+z^n+\cdots$ と (6-A) を対応させると, $c_0 = \boxed{}$, $c_1 = \boxed{}$, $\ldots$, $c_n = \boxed{}$, $c_{n+1} = \boxed{}$ である. $\dfrac{c_n}{c_{n+1}} = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$ であるから, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{c_n}{c_{n+1}} = \boxed{}$ である. よって, 定理 4.4 により, この複素級数の収束半径 r は $r = \boxed{}$ である. $|z| < r$ のとき, $f(z) = 1 + z + z^2 + \cdots + z^n + \cdots$ とすると,

$$\begin{array}{rcccccc} f(z) & = & 1+ & z+ & z^2+ & z^3+ & \cdots \\ zf(z) & = & & z+ & z^2+ & z^3+ & \cdots \end{array}$$

であるから, $(1-z)f(z) = \boxed{}$ であり, よって $f(z) = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}}$ と書ける.

2. 複素級数

$$e^z = \frac{1}{0!} + \frac{z}{1!} + \frac{z^2}{2!} + \cdots + \frac{z^n}{n!} + \cdots$$

と (6-A) を対応させると (ただし ! は階乗の記号で, $0! = 1$ とする), $c_0 = \boxed{}$, $c_1 = \boxed{}$, $\ldots$, $c_n = \boxed{}$, $c_{n+1} = \boxed{}$ である. $\dfrac{c_n}{c_{n+1}} = \dfrac{\boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$ であるから, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{c_n}{c_{n+1}} = \boxed{}$ である. よって, 定理 4.4 により, この複素級数の収束半径 r は $r = \boxed{}$ である. これが指数関数の定義であった.

演習 6-2　この演習では, 公式

$$\cos z = \frac{e^{iz}+e^{-iz}}{2}, \quad \sin z = \frac{e^{iz}-e^{-iz}}{2i} \qquad \text{(例 4.8(2), p.132)}$$

を用いて $\cos i$ を計算する. e^{iz} の z に i を代入すると, $e^{i(i)} = e^{\square}$, また e^{-iz} の z に i を代入すると, $e^{i(-i)} = e^{\square}$ である. よって

$$\cos i = \frac{e^{i(i)}+e^{-i(i)}}{2} = \frac{\boxed{}}{2}$$

講義の感想・質問・意見等があれば書け (成績には関係しない)