電158 電気数学I
第2回
ベクトル(2)

小テストについて

- 教科書と同じ問題ではない
- 教科書, ノート等を見てもよい
- 他人の答えを写した場合は小テストおよび期末試験の得点をすべて零点とした上で工学部教授会に報告し, 処分を決定してもらう

授業中での誤りの指摘について

- 1 回の講義ごとに, 1 学生について, 誤りの指摘があれば 1 点加点 (指摘が複数回でも 1 点)
- 1 回目の指摘のときには指摘後に学籍番号を言うこと (チェックして加点する)
- 担当教員が講義中にすでに修正済みの誤りを重ねて指摘しても加点しない
- 「はじめよう」の問題文の言い回しを若干変えることがあるが, これは誤りとは見做さない
- 解答導出過程の空欄を省略することがあり, これも誤りとは見做さない

配点について

- 小テストは 1 回あたり当面 4 点の予定 (後半は問題数を減らす可能性がある)
- 演習をやっていれば毎回 1 点 (正否は問わない)
- 講義中に間違いの指摘があれば毎回 1 点加点
- 前半不調でも後半十分挽回可能
- 以上すべて小テストの得点として加算, 50 点を超えたらそこで飽和, 小テストが満点でも期末試験で 10 点は取らないと不可

今回の講義に関する注意

- 説明の便宜上 一次結合 (13 ページから) を先にやる
- 内積と外積はその後でやる

ベクトルの 1 次結合 (13 ページ)

- 線形結合ともいう
- ベクトルの定数倍を足し合わせたもの
- 2 個のベクトル $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$ の 1 次結合:

$$c_1\boldsymbol{a}_1 + c_2\boldsymbol{a}_2, \qquad c_1, c_2 \in \mathbb{R}$$

- 3 個のベクトル $\boldsymbol{a}_1$, $\boldsymbol{a}_2$, $\boldsymbol{a}_3$ の 1 次結合:

$$c_1\boldsymbol{a}_1 + c_2\boldsymbol{a}_2 + c_3\boldsymbol{a}_3, \qquad c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}$$

- k 個のベクトル $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_k$ の 1 次結合:

$$c_1\boldsymbol{a}_1 + c_2\boldsymbol{a}_2 + \cdots + c_k\boldsymbol{a}_k, \qquad c_1, c_2, \ldots, c_k \in \mathbb{R}$$

ベクトルの 1 次関係式 (1) (14 ページ)

- $\mathbf{0}$ は零ベクトルであることを思い出すこと.
- 2 個のベクトル $\boldsymbol{a}_1,\ \boldsymbol{a}_2$ の 1 次関係式:

$$c_1\boldsymbol{a}_1 + c_2\boldsymbol{a}_2 = \mathbf{0}$$

- 3 個のベクトル $\boldsymbol{a}_1,\ \boldsymbol{a}_2,\ \boldsymbol{a}_3$ の 1 次関係式:

$$c_1\boldsymbol{a}_1 + c_2\boldsymbol{a}_2 + c_3\boldsymbol{a}_3 = \mathbf{0}$$

- k 個のベクトル $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_k$ の 1 次関係式:

$$c_1\boldsymbol{a}_1 + c_2\boldsymbol{a}_2 + \cdots + c_k\boldsymbol{a}_k = \mathbf{0}$$

ベクトルの1次関係式 (2) (14ページ)

k 個のベクトル $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \ldots, \boldsymbol{a}_k$ の1次関係式

$$c_1\boldsymbol{a}_1 + c_2\boldsymbol{a}_2 + \cdots + c_k\boldsymbol{a}_k = \boldsymbol{0} \text{は...}$$

- $c_1 = c_2 = \cdots = c_k = 0$ なら自明
- $c_1, c_2, \ldots, c_k$ の中に零でないものがあるなら自明でない

という (少し変な言葉だが覚えること).

基本単位ベクトル (1) (14 ページ)

- 成分のうち 1 個だけが 1, 残りが 0 のベクトルのこと
- 基本ベクトル, 標準基底などともいう
(教科書 14 ページにメモすること)
- 数学では言葉使いが統一されていないことが時々あるので注意, 他の授業, 教科書で言葉使いが違うことも多い

基本単位ベクトル (2) (14 ページ)

- 2 次元数ベクトルでは, 2 個の基本単位ベクトル

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- 3 次元数ベクトルでは, 3 個の基本単位ベクトル

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- k 次元数ベクトルでは, 基本単位ベクトルは k 個ある

基本単位ベクトル分解 (15 ページ)

$$\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

このような書き方を基本単位ベクトル分解という.

ベクトルの内積 (1) (8 ページ)

- $\boldsymbol{a} \in \mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{b} \in \mathbb{R}^n$ とすると$\cdots$
- $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$ としたとき

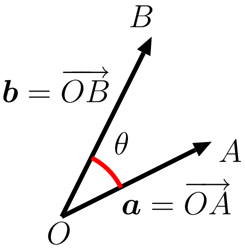
$$\boxed{\text{内積:}\ (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots a_n b_n = \sum_{i=1}^{n} a_i b_i}$$

ベクトルの内積 (2) (9 ページ)

- 内積の表記法: $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$, $\langle \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \rangle$, $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$ 等, 本によって違う
- $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} a_i b_i$ は $\displaystyle\sum_{j=1}^{n} a_j b_j$, $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k b_k$ と書くことも
  (i, j, k 等の添字は必要に応じて変更される)
- 2 次元数ベクトルでは $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = a_1 b_1 + a_2 b_2$
- 3 次元数ベクトルでは $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$
- ノルムとの関係: $|\boldsymbol{a}| = \sqrt{(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{a})}$

ベクトルの内積 (3) (9 ページ)

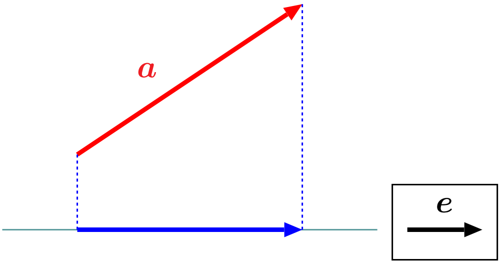
- ベクトル $\boldsymbol{a} = \overrightarrow{OA}$ と $\boldsymbol{b} = \overrightarrow{OB}$ の
  なす角, つくる角 θ
- $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}| \cos\theta$
- $\theta = 90^\circ$ のとき, $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ は直交する,
- $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$ と書く



$\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$ ならば $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = 0$, 逆に, $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = 0$ ならば $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$
これを $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b} \Leftrightarrow (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}) = 0$ と書く (必要十分条件)

正射影 (1) (9 ページ)

- 2 次元数ベクトルの正射影: $\boldsymbol{e}$ と $\boldsymbol{a}$ があるとき, $\boldsymbol{e}$ と垂直な方向から光をあてたとき, ベクトル $\boldsymbol{a}$ がベクトル $\boldsymbol{e}$ と同じ方向の直線上に作る影を「正射影」という



正射影 (2) (9 ページ)

- $\boldsymbol{e}$ のノルムが 1(単位ベクトル) のとき, ベクトル $\boldsymbol{a}$ のベクトル $\boldsymbol{e}$ の方向の直線への正射影は

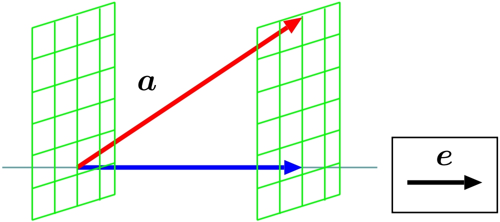
$$(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e})\boldsymbol{e}$$

- ベクトル $\boldsymbol{e}$ のノルムが 1 でないときには

$$\left(\boldsymbol{a}, \frac{\boldsymbol{e}}{|\boldsymbol{e}|}\right)\frac{\boldsymbol{e}}{|\boldsymbol{e}|} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e})\frac{\boldsymbol{e}}{|\boldsymbol{e}|^2}$$

正射影 (3) (9 ページ)

- 3 次元数ベクトルの正射影: $\boldsymbol{e}$ と $\boldsymbol{a}$ があるとき, $\boldsymbol{e}$ と垂直な平面に沿ってベクトル $\boldsymbol{a}$ をベクトル $\boldsymbol{e}$ と同じ方向の直線に映したときにできる影を「正射影」という



正射影 (4) (9 ページ)

- $\boldsymbol{e}$ のノルムが 1(単位ベクトル) のとき, ベクトル $\boldsymbol{a}$ のベクトル $\boldsymbol{e}$ の方向の直線への正射影は

$$(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e})\boldsymbol{e}$$

- ベクトル $\boldsymbol{e}$ のノルムが 1 でないときには

$$\left(\boldsymbol{a}, \frac{\boldsymbol{e}}{|\boldsymbol{e}|}\right)\frac{\boldsymbol{e}}{|\boldsymbol{e}|} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e})\frac{\boldsymbol{e}}{|\boldsymbol{e}|^2}$$

- 2 次元の場合と式は同じ

正射影 (5) (9 ページ)

- n 次元数ベクトルの正射影: $\boldsymbol{e}$ と $\boldsymbol{a}$ があるとき, $\boldsymbol{e}$ と垂直な平面に沿ってベクトル $\boldsymbol{a}$ をベクトル $\boldsymbol{e}$ と同じ方向の直線に映したときにできる影を「正射影」という
- $\boldsymbol{e}$ のノルムが 1(単位ベクトル) のとき, ベクトル $\boldsymbol{a}$ のベクトル $\boldsymbol{e}$ の方向の直線への正射影は $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e})\boldsymbol{e}$
- ベクトル $\boldsymbol{e}$ のノルムが 1 でないときには

$$\left(\boldsymbol{a}, \frac{\boldsymbol{e}}{|\boldsymbol{e}|}\right) \frac{\boldsymbol{e}}{|\boldsymbol{e}|} = (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e}) \frac{\boldsymbol{e}}{|\boldsymbol{e}|^2}$$

外積 (1) (9 ページ)

- $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ に対し,

  $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ の外積: $\quad \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$

外積 (2) (9 ページ)

- $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$ を x, y, z 方向をあらわす記号として, 以下のように各成分をならべて書く

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_1 & a_1 & b_1 \\ \boldsymbol{e}_2 & a_2 & b_2 \\ \boldsymbol{e}_3 & a_3 & b_3 \end{pmatrix}$$

外積 (3) (9 ページ)

- 第 1 成分
- $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$
- $1 \times \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_1 & \\ & \boxed{\begin{matrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{matrix}} \end{pmatrix}$, □の内部は斜めに掛けあわせる
  右下がり ... $+1$ をかける
  右上がり ... -1 をかける

外積 (4) (9 ページ)

- 第 2 成分

- $$\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ \color{red}{a_3 b_1} - \color{blue}{a_1 b_3} \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

- $$\color{red}{(-1)}\times \begin{pmatrix} & \boxed{\color{red}{a_1} \quad \color{blue}{b_1}} \\ \boldsymbol{e}_2 & \\ & \boxed{\color{blue}{a_3} \quad \color{red}{b_3}} \end{pmatrix},$$

□の内部は斜めに掛けあわせる
右下がり … $+1$ をかける
右上がり … -1 をかける
さいごに全体に -1 をかける

外積 (5) (9 ページ)

- 第 3 成分
- $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$
- $1 \times \begin{pmatrix} & \boxed{\begin{matrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{matrix}} \\ \boldsymbol{e}_3 & \end{pmatrix}$, □の内部は斜めに掛けあわせる
  右下がり … $+1$ をかける
  右上がり … -1 をかける

外積 (6) (9 ページ)

$$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} a_2b_3 - a_3b_2 \\ a_3b_1 - a_1b_3 \\ a_1b_2 - a_2b_1 \end{pmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_1 & a_1 & b_1 \\ \boldsymbol{e}_2 & a_2 & b_2 \\ \boldsymbol{e}_3 & a_3 & b_3 \end{pmatrix}$$

$$1\times \begin{pmatrix} \boldsymbol{e}_1 & & \\ & \boxed{\begin{matrix} a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 \end{matrix}} \end{pmatrix} + (-1)\times \begin{pmatrix} & \boxed{\begin{matrix} a_1 & b_1 \end{matrix}} \\ \boldsymbol{e}_2 & \\ & \boxed{\begin{matrix} a_3 & b_3 \end{matrix}} \end{pmatrix} + 1\times \begin{pmatrix} & \boxed{\begin{matrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{matrix}} \\ \boldsymbol{e}_3 & \end{pmatrix}$$

外積 (7) (9 ページ)

- 外積のことをベクトル積ともいう
- 外積の定義は 5 章でやる 3 次行列の行列式に対応している
- 電磁気学で頻繁に使われるので慣れること
- 4 次元以上の数ベクトルの外積は定義されない
- 2 次元数ベクトルを 3 次元数ベクトルの一部とみなして外積を定義することがある

外積の性質 (1) (9 ページ)

- $\boldsymbol{a} \times (k\boldsymbol{b}) = k(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) = (k\boldsymbol{a}) \times \boldsymbol{b}$

▷ 理由:見比べればわかる (理由は覚えなくてよい)

- $$\boldsymbol{a} \times (k\boldsymbol{b}) = \begin{pmatrix} a_2(kb_3) - a_3(kb_2) \\ a_3(kb_1) - a_1(kb_3) \\ a_1(kb_2) - a_2(kb_1) \end{pmatrix} = k(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})$$

- $$(k\boldsymbol{a}) \times \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} (ka_2)b_3 - (ka_3)b_2 \\ (ka_3)b_1 - (ka_1)b_3 \\ (ka_1)b_2 - (ka_2)b_1 \end{pmatrix} = k(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})$$

外積の性質 (2) (9 ページ)

- $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = -\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{a}$

▷ 理由:見比べればわかる (理由は覚えなくてよい)

$$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} b_2 a_3 - b_3 a_2 \\ b_3 a_1 - b_1 a_3 \\ b_1 a_2 - b_2 a_1 \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} b_3 a_2 - b_2 a_3 \\ b_1 a_3 - b_3 a_1 \\ b_2 a_1 - b_1 a_2 \end{pmatrix}$$

外積の性質 (3) (9 ページ, 教科書に書き込むこと)

- $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{a} = \mathbf{0}$

▷ 理由:見比べればわかる (理由は覚えなくてよい)

- 直接計算してもよい
- $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{a} = -\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{a}$ から, $2\,(\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{a}) = \mathbf{0}$, よって $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{a} = \mathbf{0}$

外積の性質 (4) (9 ページ)

- $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) = 0$

▷ 理由:見比べればわかる (理由は覚えなくてよい)

$$
\begin{aligned}
(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) &= a_1 (a_2 b_3 - a_3 b_2) \\
&+ a_2 (a_3 b_1 - a_1 b_3) \\
&+ a_3 (a_1 b_2 - a_2 b_1) \\
&= a_1 a_2 b_3 - a_1 a_3 b_2 \\
&+ a_2 a_3 b_1 - a_2 a_1 b_3 \\
&+ a_3 a_1 b_2 - a_3 a_2 b_1
\end{aligned}
$$

外積の性質 (5) (9 ページ)

- $(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) = 0$

▷ 理由:見比べればわかる (理由は覚えなくてよい)

$$
\begin{aligned}
(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}) &= b_1 (a_2 b_3 - a_3 b_2) \\
&+ b_2 (a_3 b_1 - a_1 b_3) \\
&+ b_3 (a_1 b_2 - a_2 b_1) \\
&= b_1 a_2 b_3 - b_1 a_3 b_2 \\
&+ b_2 a_3 b_1 - b_2 a_1 b_3 \\
&+ b_3 a_1 b_2 - b_3 a_2 b_1
\end{aligned}
$$

外積の性質 (6) (10 ページ)

- $|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = \sqrt{|\boldsymbol{a}|^2 \cdot |\boldsymbol{b}|^2 - (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})^2}$

▷ 理由:少し面倒だが比較すればわかる (やらなくてよい)

$$
\begin{aligned}
&|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}|^2 = (a_2 b_3 - a_3 b_2)^2 + (a_3 b_1 - a_1 b_3)^2 + (a_1 b_2 - a_2 b_1)^2 \\
&|\boldsymbol{a}|^2 \cdot |\boldsymbol{b}|^2 - (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})^2 = (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2) \cdot (b_1^2 + b_2^2 + b_3^2) \\
&\qquad - (a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3)^2
\end{aligned}
$$

外積の性質 (7) (10 ページ)

- $|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = |\boldsymbol{a}| \cdot |\boldsymbol{b}| \sin\theta$

▷ 理由: (覚えなくてよい)

- $|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = \sqrt{|\boldsymbol{a}|^2 \cdot |\boldsymbol{b}|^2 - (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})^2}$
- $|(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})| = |\boldsymbol{a}| \cdot |\boldsymbol{b}| \cos\theta$
  $\Rightarrow (\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})^2 = |\boldsymbol{a}|^2 \cdot |\boldsymbol{b}|^2 \cos^2\theta = |\boldsymbol{a}|^2 \cdot |\boldsymbol{b}|^2 \left(1 - \sin^2\theta\right)$
- $\sqrt{\quad}$ の中に代入すると教科書 (5) 式になる

外積の幾何学的意味 (10 ページ)

$\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ は...

- ベクトル $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ が張る平行四辺形の面積と同じ長さ
- ベクトル $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ が張る平面に直交
- $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b})$ は右手系,
  - $\boldsymbol{a}$ が右手親指の向き
  - $\boldsymbol{b}$ が右手人差し指の向き

とすると, $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ は (歪んでいるが) 右手中指の向き

図形とベクトル (1) (19 ページ)

▷ 平面上の直線の方程式

点 $P(p_1, p_2)$ を通り $\boldsymbol{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix}$ に垂直な直線の方程式:

$$n_1(x - p_1) + n_2(y - p_2) = 0$$

▷ この直線の法線ベクトル: $\boldsymbol{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix}$

図形とベクトル (2) (19ページ)

▷ 平面上の直線の方程式

$a_1 \neq 0$ かつ $a_2 \neq 0$ とする.

点 $P(p_1, p_2)$ を通り $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ に平行な直線の方程式:

$$\frac{x - p_1}{a_1} = \frac{y - p_2}{a_2}$$

▷ この直線の方向ベクトル: $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$

図形とベクトル (3) (20 ページ)

▷ 空間内の平面の方程式

点 $P(p_1, p_2, p_3)$ を通り $\boldsymbol{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$ に垂直な平面の方程式:

$$n_1(x - p_1) + n_2(y - p_2) + n_3(z - p_3) = 0$$

▷ この平面の法線ベクトル: $\boldsymbol{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix}$

図形とベクトル (4) (20 ページ)

▷ 空間内の直線の方程式

$a_1 \neq 0, a_2 \neq 0, a_3 \neq 0$ とする.

点 $P(p_1, p_2, p_3)$ を通り $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ に平行な直線の方程式:

$$\frac{x - p_1}{a_1} = \frac{y - p_2}{a_2} = \frac{z - p_3}{a_3}$$

▷ この直線の方向ベクトル: $\boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$