ディジタル信号処理
第 14 回
2 次元離散信号の基礎

多次元信号

- 信号処理の分野では, **2 次元信号**という言葉は, 独立変数が 2 個の信号 (典型的には画像) という意味で用いられる.
- 同様に, 独立変数が複数の信号を多次元信号と呼ぶ. たとえば, 動画像は 3 次元信号である.

静止画像と動画像

復習

- カラーの静止画像は, 画像上の座標を (x, y) とし, その座標における赤, 緑, 青の色強度を $R(x, y)$, $G(x, y)$, $B(x, y)$ とすることにより表現できる.
- ディジタル信号処理のためには標本化および量子化が必要.
- 標本化のために, 画像上に, 正方形, 正三角形あるいは六角形の格子を敷き詰める以下では正方形格子のみを考える.
- 格子から得られる標本点を画素あるいはピクセルと呼ぶ (格子点を画素とする流儀と, 多角形の重心を画素とする流儀がある).

- 正方形格子で x 軸に関して i 番目, y 軸に関して j 番目の画素の値は $(R[i,j], G[i,j], B[i,j])$ である.
- カラーの動画像は, 時刻を t, 画像上の座標を (x,y) とし, その時刻および座標における赤, 緑, 青の色強度を $R(t,x,y)$, $G(t,x,y)$, $B(t,x,y)$ とすることにより表現できる. 標本化は空間については静止画像と同様, 時間については音声信号と同様.

- 量子化については音声信号と同様であるが…
- カラー画像では, 各色 8 ビット (256 階調) で量子化することが一般的. 各色 8 ビットが取られる理由は, 人間の目にはこの程度で十分なことが多いから.
- 量子化のビット数が足りない場合, 原画像に存在しない輪郭が量子化画像に発生することがある. これを擬似輪郭と呼ぶ.

- 標本化された画像の大きさ (画素数) は, 静止画像, 動画像ともに, 通常は有限．静止画像では 640×480, 1920 × 1080 など．動画像では 30fps(frame per second;1 秒あたりの画像の枚数), 60fps など.
- 無圧縮の静止画像の大きさ (ビット数) は画素数 × 色数 × 各色の量子化ビット数.
  (教科書 (14.1) 式は無意味なので無視).

- デジタルカメラやスマートフォンでは, 画像の大きさを指定する際に, 横と縦の画素数を指定することが一般的だが, スキャナで画像を取り込むときには, **dpi** という単位が使われることが一般的. これは dot per inch の略で, 1 インチあたりのドットがいくつ入るかを示す.

- 教科書では静止画像については離散信号とディジタル信号という言葉を区別をせず, 標本化された 2 次元信号と, 標本化および量子化された 2 次元信号を, ともに漠然と **2 次元離散信号**あるいは**2 次元ディジタル信号**と呼んでいる. 静止画像を「2 次元離散空間信号」と呼んでも良さそうではあるが, そのような言葉が使われることは稀. 以下では 2 次元離散信号という言葉を用いる.

- 同様に考えるて, 動画像 (3 次元信号) を標本化したものと, 標本化および量子化したものを, **3 次元離散信号**あるいは**3 次元ディジタル信号**と呼ぶ. より多次元の信号も同様に定義できる.
- この講義では, 以下では 2 次元離散信号のみを取り扱う.

- 講義の後半で色表現の話をするが, 当面は簡単のため濃淡静止画像について考える.
- 座標 (t_1, t_2) における (標本化されていない) 濃淡静止画像の強度を $x(t_1, t_2)$ と書く. また, 標本化された濃淡静止画像の (n_1, n_2) 番目の格子における強度を $x[n_1, n_2]$ と書く.
- 1 次元と同様に, 信号全体を指すときには, 独立変数を略して, 信号 x などと書く.

2 次元の連続および離散フーリエ変換

- 教科書は 2 次元フーリエ変換を定義せずに標本化定理について議論しているので意味不明になっている．この講義では, 標本化定理の議論に先立って, まず 2 次元フーリエ変換を定義する．

2 次元フーリエ変換

- 信号の点 (t_1, t_2) における強度を $x(t_1, t_2)$ とする．量子化されていない濃淡画像を想定している．$t_1, t_2 \in \mathbb{R}$ である．
- 信号の **2 次元フーリエ変換** (意味上は 2 次元連続フーリエ変換) および **2 次元逆フーリエ変換**は, 2 次元信号に 2 重にフーリエ変換を適用する形で定義される．

2 次元フーリエ変換

$$X(\Omega_1, \Omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x(t_1, t_2) e^{-j\Omega_1 t_1} e^{-j\Omega_2 t_2} dt_1 dt_2$$

2 次元逆フーリエ変換

$$x(t_1, t_2) = \frac{1}{(2\pi)^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} X(\Omega_1, \Omega_2) e^{j\Omega_1 t_1} e^{j\Omega_2 t_2} d\Omega_1 d\Omega_2$$

- 1次元フーリエ変換には, 性質の良い関数を (1次元) フーリエ変換してから (1次元) 逆フーリエ変換するともとに戻るという性質があった.
- 2次元フーリエ変換および逆変換は, 関数を2個の独立変数について累次的にフーリエ変換および逆変換したものなので, 性質の良い関数を2次元フーリエ変換してから2次元逆フーリエ変換するともとに戻るのは当然.

- 信号 x は性質が良いと仮定し, x を第 1 の変数について 1 次元フーリエ変換したものを $Z = Z(\Omega_1, t_2)$ とする:

$$Z(\Omega_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t_1, t_2) e^{-j\Omega_1 t_1} dt_1$$

- 信号 Z は性質が良いと仮定し, Z を第 2 の変数について 1 次元フーリエ変換したものを $X = X(\Omega_1, \Omega_2)$ とする:

$$X(\Omega_1, \Omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} Z(\Omega_1, t_2) e^{-j\Omega_2 t_2} dt_2$$

- Z は性質が良いと仮定したから, X を第 2 の変数について 1 次元逆フーリエ変換すると Z に戻る.

$$Z(\Omega_1, t_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\Omega_1, \Omega_2) e^{j\Omega_2 t_2} d\Omega_2$$

- x は性質が良いと仮定したから, Z を第 1 の変数について 1 次元逆フーリエ変換すると x に戻る.

$$x(t_1, t_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Z(\Omega_1, t_2) e^{j\Omega_1 t_1} d\Omega_1$$

- 前々ページの内容をまとめて積分の順序の入れ換えをすると (これは可能であると仮定する), 2 次元フーリエ変換および 2 次元逆フーリエ変換の形になる.

2 次元フーリエ変換

$$X(\Omega_1, \Omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{\infty} x(t_1, t_2) e^{-j\Omega_1 t_1} dt_1 \right) e^{-j\Omega_2 t_2} dt_2$$

2 次元逆フーリエ変換 (積分の順序を交換し $1/(2\pi)^2$ の項を分けた)

$$X(t_1, t_2) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\Omega_1, \Omega_2) e^{j\Omega_2 t_2} d\Omega_2 \right) e^{j\Omega_1 t_1} d\Omega_1$$

- 2次元フーリエ変換は, 指数関数をまとめて

$$X(\Omega_1, \Omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(t_1, t_2) e^{-j(\Omega_1 t_1 + \Omega_2 t_2)} dt_1 dt_2$$

と書いたり, $\boldsymbol{\Omega} = (\Omega_1, \Omega_2)^T$, $\boldsymbol{t} = (t_1, t_2)^T$, $(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{t}) = \Omega_1 t_1 + \Omega_2 t_2$ と定義して

$$X(\Omega_1, \Omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x(\boldsymbol{t}) e^{-j(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{t})} d\boldsymbol{t}$$

と書いたりすることがある. 逆変換も同様. これらは上述の式の機械的な書き換えだが, 見掛け上違う定義に見える可能性があるので注意.

2 次元離散空間フーリエ変換

- 離散時間フーリエ変換を 2 次元に拡張したものを, 仮に **2 次元離散空間フーリエ変換**と呼ぶ. この用語は樋口・雛元で採用されているが, 必ずしも一般的ではない. 2 次元離散フーリエ変換 (離散フーリエ変換) と区別するため, この講義ではこの言葉を用いる.

- 1 次元離散時間フーリエ変換は本質的に 1 次元フーリエ級数展開と同じもので, これらの相異は,
    - ▷ 1 次元フーリエ級数展開: 時間軸が連続的, 周波数軸が離散的
    - ▷ 1 次元離散時間フーリエ変換: 時間軸が離散的, 周波数軸が連続的

  という, 「連続的な独立変数を離散的な独立変数の割り振り方」の相異に過ぎなかった.

- 2 次元フーリエ級数展開も本講義の受講者には馴染みがないと思われるが …
- 2 次元離散空間フーリエ変換は本質的に 2 次元フーリエ級数展開と同じもので, これらの相異は,
  - ▷ 2 次元フーリエ級数展開: 2 個の時間軸が連続的, 2 個の周波数軸が離散的
  - ▷ 2 次元離散時間フーリエ変換: 2 個の時間軸が離散的, 2 個の周波数軸が連続的

  という, 「連続的な独立変数を離散的な独立変数の割り振り方」の相異に過ぎない.

- 2 個の独立変数が整数値を取る信号

$$x = (x[n_1, n_2])_{n_1, n_2 \in \mathbb{Z}}$$

を考える．この信号が 2 次元連続信号 x_c を標本化したものの場合には,

$$x[n_1, n_2] = x_c(n_1 T_{s1}, n_2 T_{s2})$$

(ただし T_{s1} および T_{s2} は第 1 および第 2 の独立変数に対する標本化周期).

- 以下では, 1 次元の場合と同様, 標本化周期は明示しない.
- 2 次元信号では標本化周期が 2 個存在し, これらの値は異なってもよいことに注意. 正方形格子の場合は $T_{s1} = T_{s2}$ であるが, レート変換の結果第 1 軸と第 2 軸に標本化周期の相異が発生する可能性があるので, (T_{s1}, T_{s2}) の双方をパラメータとして残しておく.

- 2次元信号 x が2次元離散空間フーリエ変換可能であるためには条件が必要. このための条件は何通りかあるが, この講義では, 1次元と同様に, $x \in l_1$ とする.
- 2次元信号の場合は, $x \in l_1$ とは,

$$\sum_{n_1, n_2 \in \mathbb{Z}} |x[n_1, n_2]| < \infty$$

という意味になる.

- $x \in l_1$ と仮定すると, x を第 1 変数について離散 (時間) フーリエ変換した後で第 2 変数について離散 (時間) フーリエ変換するという演算が意味を持つ. これが **2 次元離散空間フーリエ変換**である. x が 2 次元離散空間フーリエ変換を X と書く.
- X の独立変数を (ω_1, ω_2) と書く.

- X が x を 2 次元離散空間フーリエ変換によって得られた信号とすると, X は 2 変数関数で, X を第 **2** 変数について離散 (時間) 逆フーリエ変換してから第 **1** 変数について離散 (時間) 逆フーリエ変換するという演算が意味を持つ. 一定の条件のもとで, 第 1 変数と第 2 変数に関する積分の順序を交換できる. これが **2 次元離散空間逆フーリエ変換**である.

- これらの式を書き下すと次の通り.

2 次元離散空間フーリエ変換

$$X(\omega_1, \omega_2) = \sum_{n_1, n_2 \in \mathbb{Z}} x[n_1, n_2] e^{-j\omega_1 n_1} e^{-j\omega_2 n_2}$$

2 次元離散空間逆フーリエ変換

$$x[n_1, n_2] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\omega_1, \omega_2) e^{j\omega_1 n_1} e^{j\omega_2 n_2} d\omega_1 d\omega_2$$

- 2 次元離散空間フーリエ変換は, 指数関数をまとめて

$$X(\omega_1, \omega_2) = \sum_{n_1, n_2 \in \mathbb{Z}} x[n_1, n_2] e^{-j(\omega_1 t_1 + \omega_2 t_2)}$$

と書いたり, $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2)^T$, $\boldsymbol{n} = (n_1, n_2)^T$, $(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{n}) = \omega_1 n_1 + \Omega_2 n_2$ と定義して

$$X(\Omega_1, \Omega_2) = \sum_{n_1, n_2 \in \mathbb{Z}} x[n_1, n_2] e^{-j(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{t})}$$

と書いたりすることがある. これらは上述の式の機械的な書き換えだが, 見掛け上違う定義に見える可能性があるので注意.

- これらの記法を採用したとき, 逆変換の書き方は, 以下の 2 通りになる.

$$
\begin{aligned}
x[n_1, n_2] &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\omega_1, \omega_2) e^{j(\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2)} d\omega_1 d\omega_2 \\
&= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(\omega_1, \omega_2) e^{j(\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{n})} d\boldsymbol{\omega}
\end{aligned}
$$

2 次元離散フーリエ変換

- **2 次元離散フーリエ変換**は, 標本化された画像 (信号) $x = (x[n_1, n_2])_{0 \le n_1 < N_1, 0 \le n_2 < N_2}$ (画像の大きさは有限) に対して定義される変換.
- N_1 と N_2 は同じ値とは限らない (よく使われる画像が, 640×480, 1920×1080 画素など, 正方形でないため).

- **2次元離散フーリエ変換**と**2次元逆離散フーリエ変換**は, いずれも, 信号 x に対して, 第1および第2の変数に対する離散フーリエ変換(あるいは逆離散フーリエ変換)を繰り返して適用したもの.
- $W_{N_1} = e^{-j2\pi/N_1}$, $W_{N_2} = e^{-j2\pi/N_2}$ と定義する.
- 信号 x を2次元離散フーリエ変換したものを X と書く.

2 次元離散フーリエ変換

$$X[m_1, m_2] = \sum_{n_1=0}^{N_1-1} \sum_{n_2=0}^{N_2-1} x[n_1, n_2] W_{N_1}^{m_1 k_1} W_{N_2}^{m_2 k_2},$$

$$0 \le m_1 < N_1, 0 \le m_2 < N_2$$

2 次元逆離散フーリエ変換

$$x[n_1, n_2] = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{m_1=0}^{N_1-1} \sum_{m_2=0}^{N_2-1} X[m_1, m_2] W_{N_1}^{-m_1 n_1} W_{N_1}^{-m_1 n_1},$$

$$0 \le n_1 < N_1, 0 \le n_2 < N_2$$

2 次元フーリエ変換の性質

- 2 次元フーリエ変換, 2 次元離散空間フーリエ変換, 2 次元離散フーリエ変換 (およびそれらの逆変換) のいずれも, 1 次元の対応する変換を 2 回繰り返したものなので, 1 次元の変換に対応する性質はすべて成り立つ. 周波数特性, 振幅特性, 位相特性の考え方も同じ. 第 3 回および第 4 回の資料を見直しておくこと.

エイリアシングと標本化定理

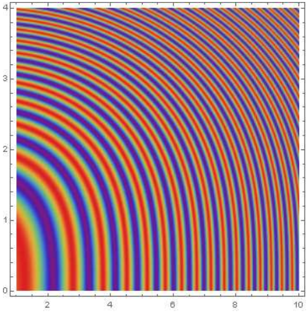
- 1 次元信号に関する標本化定理は, 2 次元信号でもそのままの形で成り立つ.
- 信号 x を 2 次元フーリエ変換した信号を X_{FT} とし, $\Omega_{B1} = \sup\{|\Omega| : \exists\Omega_2, X_{\mathrm{FT}}(\Omega, \Omega_2) \neq 0\}$, $\Omega_{B2} = \sup\{|\Omega| : \exists\Omega_1, X_{\mathrm{FT}}(\Omega_1, \Omega) \neq 0\}$ と定義する. $(\Omega_{B1}, \Omega_{B2})$ が 2 次元版のナイキストレートである.

- Ω_{B1} および Ω_{B2} は有限であると仮定する．これを満たす信号が2次元版の帯域制限信号である．$X_{\mathrm{FT}}(\Omega_1, \Omega_2)$ が非零の値を取る領域は，$-\Omega_{B1} \leq \Omega_1 \leq \Omega_{B1}$，$-\Omega_{B2} \leq \Omega_2 \leq \Omega_{B2}$ を満たす範囲 (矩形) に限られる．
- $F_{Bi} = \Omega_{Bi}/2\pi$ とおく $(i = 1, 2)$．また，各軸に対する標本化周波数を $F_{si} = 1/T_{si}$ と定義する $(i = 1, 2)$．

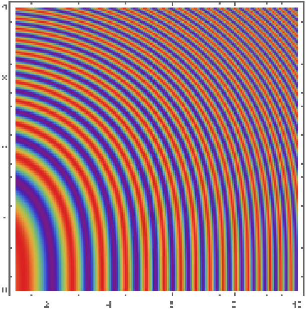
- 2次元フーリエ変換は1次元フーリエ変換を繰り返し適用したものなので, $2F_{B1} < F_{s1}$ かつ $2F_{B2} < F_{s2}$ なら, 1次元版の標本化定理により, 標本 $(x[n_1, n_2])_{n_1, n_2 \in \mathbb{Z}}$ から標本化前の信号を完全に復元できる. また, この条件が満たされないときには, 標本化によりエイリアシングが発生する.

- 標本化定理によって原画像 (2 個の独立変数がいずれも連続) を完全に復元するためには, 標本 $(x[n_1, n_2])_{n_1, n_2 \in \mathbb{Z}}$. 有限の大きさの標本化画像から原画像が復元できるわけではない.
- 2 次元信号では, エイリアシングは目に見える画像の歪み (雑音) として確認できるので, エイリアシングが発生しないように信号を帯域制限することは必要.

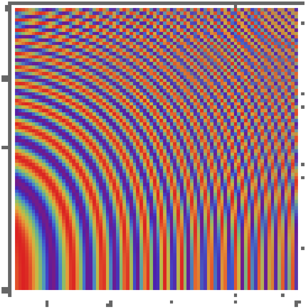
エイリアシングの例:原画像



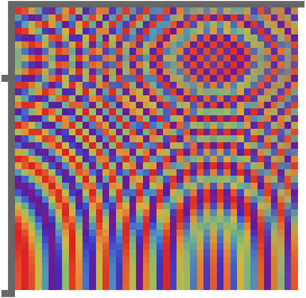
1/2 ダウンサンプリング



1/4 ダウンサンプリング



1/8 ダウンサンプリング



2次元信号に対するフィルタリング

- 2次元信号 x と h の畳み込み ($h * x$ と書く) は, 次式により定義される. この処理を信号 x に対する空間フィルタリングとも呼ぶ. この定義が意味を持つためには, $h, x \in l_1$ などの仮定が必要である.

$$(h*x)[n_1, n_2] = \sum_{k_1 \in \mathbb{Z}} \sum_{k_2 \in \mathbb{Z}} h[k_1, k_2] x[n_1 - k_1, n_2 - k_2].$$

- 信号 x と h の畳み込みが定義できるとき, $y = h * x$ により, 2 次元線形システムが定義される. これは 2 次元空間不変システムとでも呼ぶべきものであるが, このような言葉が用いられることは稀.
- 1 次元の場合と同様に, 信号 h との畳み込みによって定まる線形システムでは, h はシステムの 2 次元単位インパルスに対する応答.

- 2 次元単位インパルス (δ と書く) の定義は

$$\delta[n_1, n_2] = \begin{cases} 1, & n_1 = 0 \text{ かつ } n_2 = 0 \\ 0, & \text{それ以外} \end{cases}.$$

- h との畳み込みは, 信号 x をフィルタに通す操作と解釈することができる. h との畳み込みが定めるシステムがフィルタである.

2 次元 z 変換

- 1 次元信号と同様に, 2 次元信号に対しても

$$(\mathcal{Z}[x])\,(z_1, z_2) = \sum_{n_1, n_2 \in \mathbb{Z}} h[n_1, n_2] z_1^{-n_1} z_2^{-n_2}$$

によって形式的に 2 次元 z 変換を定めることができる. 独立変数は (z_1, z_2) の 2 個である.

- 2 次元 z 変換では, 収束領域に関する議論は1次元よりずっと繁雑になる. また, 2 変数の解析関数は数学的に取り扱いにくい.
- システムのインパルス応答を 2 次元 z 変換することにより, システムの (2 次元) 伝達関数表現が得られる.

- システムの伝達関数表現と対応する状態空間表現は, 因果的な処理では有用だが, 非因果的な処理ではそれほどでもない. 2 次元システムでは因果的な処理は必ずしも要求されないため (横軸と縦軸に「過去」も「未来」もない), これらは 1 次元システムほど重要でない (2 次元の状態空間表現も存在するが詳細は略す).

- 信号をフーリエ変換する演算子を $\mathcal{F}$ と書くことにすると (どのタイプのフーリエ変換でもよい), $\mathcal{F}[x * h] = \mathcal{F}[x]\mathcal{F}[h]$ (時間 (空間) 領域における信号の畳み込み周波数領域における信号の積に対応する) という性質があった. この性質は 1 次元と 2 次元で共通.

- そこで, 信号に対するフィルタリングをおこなうために, 一旦信号をフーリエ変換してから, 周波数領域の各点で, 信号に, フィルタのインパルス応答のフーリエ変換に対応する数をを掛ける, という方法が考えられる．この方法を周波数フィルタリングと呼ぶ (1 次元, 2 次元共通).

- 1次元信号処理では, フーリエ変換が因果的な処理ではないため, 周波数フィルタリングはそれほど用いられないが, 2次元信号では, 因果性にこだわる必要がないため, 周波数フィルタリングは, 空間フィルタリングと同様に, 多用される.

色の表現

- 人間が知覚できる光の範囲は380nm から 780nm. 網膜に存在する3種類の光受容細胞 (分光感度が異なる) によって色が知覚される.
- 波長の異なる2種類あるいは3種類の光を同時に網膜に与えることで任意の色覚を生じさせることを混色と呼ぶ (ブリタニカ国際大百科事典). 教科書の「混色」の定義はおかしいので注意.

- 混色には加法混色と減法混色の 2 種類がある. 加法混色は波長分布の異なる光を, 減法混色は光の吸収特性が異なる成分を重ね合わせて別の色を作ることを言う.
- 独立な 3 色を混ぜあわせることで, 任意の色を作り出すことができるという経験則が知られている (グラスマンの法則と呼ばれる経験則の一部).

以下の議論の多くはシーシーエス株式会社, 光と色の話に依る (URL を資料末尾に示す).

- 色を客観的に表現するためには, 色を表現するシステムが必要. これを表色系と呼ぶ.
- 表色系は, 色名系, 色票系, 混色系の 3 種類に大別される.

- 色名系は, 日常言語による色の表現で, 慣用的な色名をそのまま用いる慣用色名と, 基本色 (赤 黄赤 黄 黄緑 緑 青緑 青 青紫 紫 赤紫; 白 灰 黒) に明度と彩度に関する規定された修飾語を付ける系統色名 (JIS Z8102) がある.

- 色票系は, 色紙などで標準色票と呼ばれる票を作成し, それを系統的に配置して, そこから知覚される色を表示する体系を言う. 色相, 明度, 彩度を独立変数として色を配置したマンセル表色系が代表的だが, 他にも様々なものがある.
- 混色系は, 加法混色の原理に基づく表色系で, Commission Internationale de l'Eclairage(国際照明委員会; CIE) が定めた CIE 表色系が代表的で, 中でも CIE-XYZ 系と CIE-RGB 系は目にする機会が多いが, 他にも様々なものがある. まず直感的にわかりやすい CIE-RGB 系について説明してから, CIE-XYZ 系について説明する.

- **CIE-RGB 表色系**は, $R_0 = 435.8$nm, $G_0 = 546.1$nm, $B_0 = 700.0$nm とし,

$$RR_0 + GG_0 + BB_0$$

によって色を表現する方式. R, G, B は各色の強度. 分光分布に人間の各色に対する感度(実験的に求められている)を乗じて積分することで求められる. 直感的にはわかりやすいが, 波長に対する色の感度に値が負になる領域があり, 混色のためには使いにくい.

- **CIE-XYZ 表色系**は, CIE-RGB 表色系の難点を解消するために作られた表色系で, 色を識別する 3 種類の錐体 (L 錐体 (長波長), M 錐体 (中波長), S 錐体 (短波長)) に対応する波長感度特性を x, y, z とし, 対応する刺激値を X, Y, Z として色を表現する. CIE-RGB 表色系における刺激値 (R, G, B) から CIE-XYZ 表色系への刺激値 (X, Y, Z) への変換は線形変換で,

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.7689 & 1.7517 & 1.1302 \\ 1 & 4.5907 & 0.0601 \\ 0 & 0.0565 & 5.5943 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix}$$

によって与えられる.

- CIE-XYZ 表色系において, (X, Y, Z) 全体を定数倍しても色は変わらないから,

$$(x, y, z) = \frac{1}{X+Y+Z}(X, Y, Z)$$

によって色を表現することができる. $x+y+z=1$ だから, x と y だけから色が確定する. x と y に対して色をプロットした 2 次元の図を xy 色相図と呼ぶ.

- 画像などで用いられるRGB表示の規格は, 上述のCIE-RGB表色系とは異なる．よく用いられる規格はsRGB, Adobe RGB, NTSCの3種類．これらは, CIE-XYZ表色系に基づいており, xy 色相図において3原色に相当する頂点を指定することで定まる．三角形の内部がそれらが表現できる色である．

- パソコンのモニタなどで色を表示する場合, 電気から光への変換特性は, 前者を x, 後者を y としたとき $y = Cx^{\gamma}$ という形で表現できる (C は定数). 一般に, γ は 1 ではない. この特性を前提にして, 原画像に相当する信号を x_0 としたとき, $x = x_0^{1/\gamma}$ とすれば, 原画像を正確に表示できる. この操作をガンマ補正と呼ぶ. 大半の液晶モニタは $\gamma = 2.2$ に合わせて設計されている.

今回の参考文献

- 田村 (編著), コンピュータ画像処理, オーム社, 2002
- ディジタル信号処理ハンドブック
- 電子情報通信学会 知識ベース
- 樋口, 川又, MATLAB 対応ディジタル信号処理, 昭晃堂, 2000.
- http://www.eizo.co.jp/eizolibrary/
(閲覧日: 2018.07.05)
- シーシーエス株式会社, 光と色の話,
https://www.ccs-inc.co.jp/guide/column/light_color/ (閲覧日: 2016.07.06)
- http://www.dic-color.com/knowledge/xyz.html (閲覧日: 2016.07.06)
- 日本工業標準調査会 http://www.jisc.go.jp/
- 日本照明委員会 http://www.ciejapan.or.jp/